



**ACADÉMIE
DE LILLE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

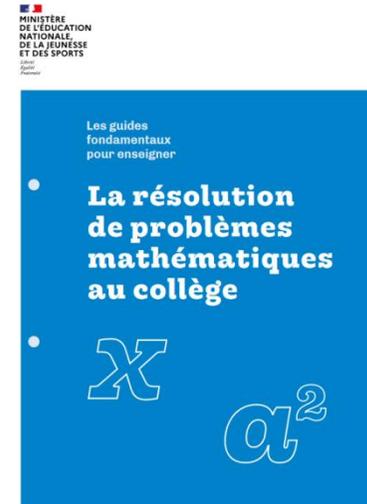
PLAN MATHÉMATIQUES COLLÈGE

Vers un enseignement efficace et explicite de
la résolution de problèmes

■ Un plan mathématique qui se prolonge...



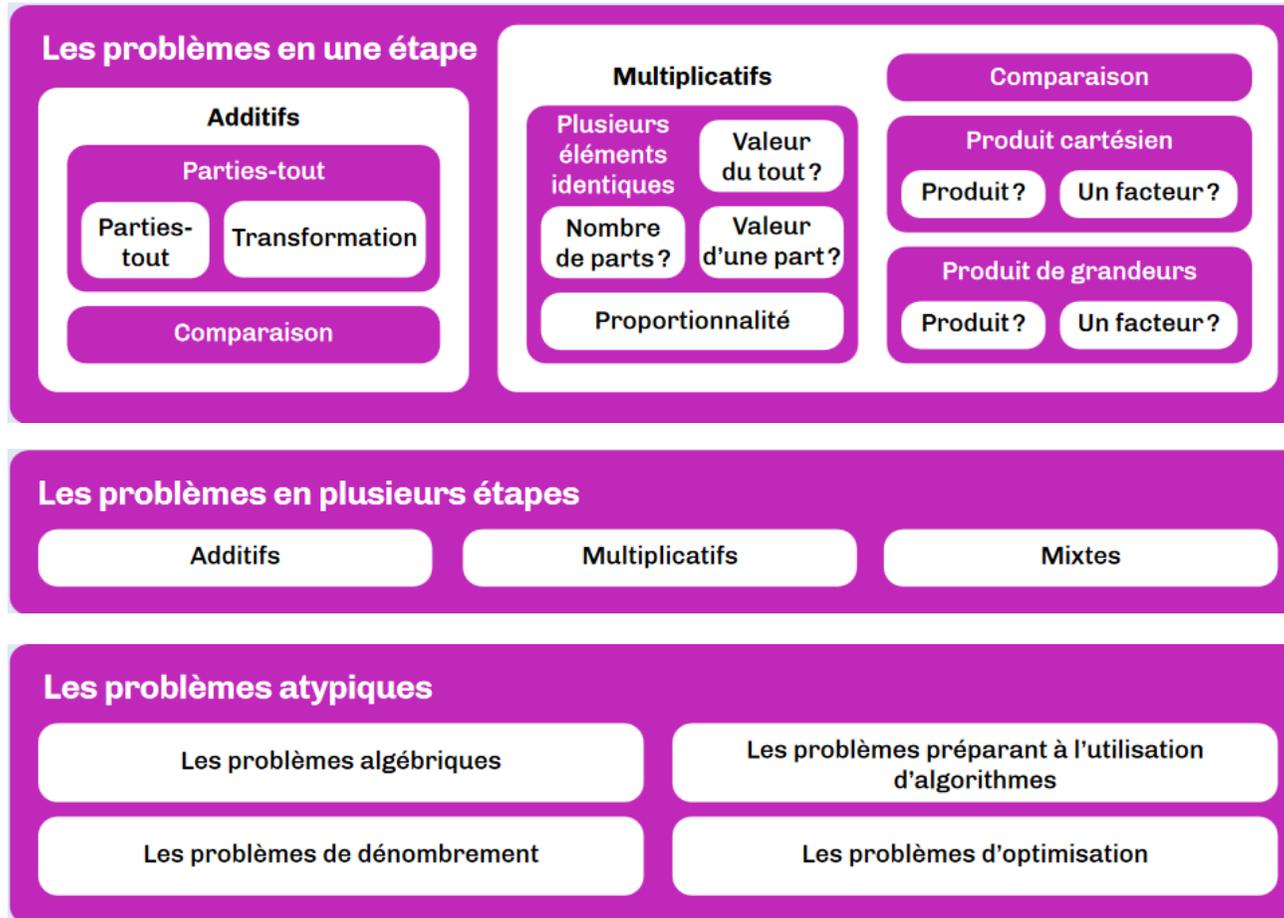
■ Un continuum de ressources



■ Une approche unifiée

Enseigner la résolution de problèmes / Accompagner / Aider à modéliser

Une classification simplifiée...



Une démarche d'enseignement de la résolution de problèmes...



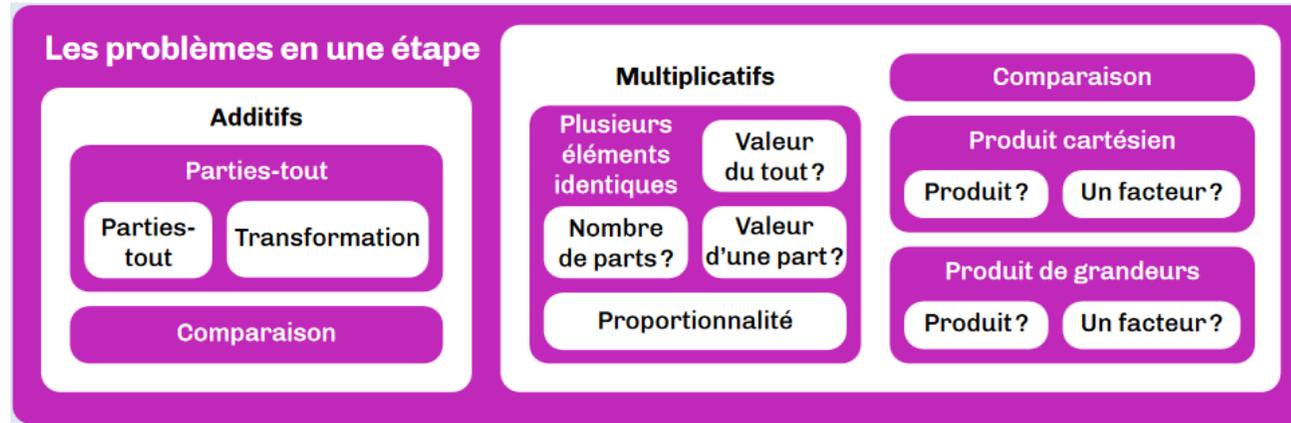
En classe de CM₂

En classe de CM₂ – académie de Rennes – 2021

Une démarche d'enseignement de la résolution de problèmes...

- La mise en situation
 - La recherche individuelle ou en équipe
 - La **place** éventuelle **du matériel**
 - La **verbalisation**
 - La **modélisation**
 - La vérification
 - L'entraînement
 - L'**institutionnalisation**
 - L'évaluation
-

D'une classification à des représentations de modèles...



Une démarche d'enseignement de la résolution de problèmes...

- Créer la **mémoire des problèmes**, des références exploitables.
 - Mobiliser les acquis des élèves sur les **procédures** et les **structures des problèmes** déjà rencontrées.
 - Faire des **liens** avec les connaissances sur les **faits numériques** et les **stratégies de calcul**.
 - S'appuyer sur la **manipulation** et la **verbalisation** pour ancrer les concepts : **images mentales**.
-

Une démarche d'enseignement de la résolution de problèmes...

1 une partie d'une collection

La classe de Mme Henri et celle de Mme Bourdon travaillent à une nouvelle œuvre. À la fin de l'œuvre, la classe de Mme Henri a écrit 72 pages. Celle de Mme Bourdon 118 pages. Combien de pages la classe de Mme Henri a-t-elle de moins que celle de Mme Bourdon?

Dans mon école, il y a 153 élèves. L'école a décidé de faire 2 défis : recyclage et citoyenneté. Chaque élève doit choisir. 92 ont choisi le défi recyclage. Combien ont choisi le défi citoyenneté?

2 combien ça fait en tout

collections différentes

Les docteurs veulent compléter la bibliothèque. Elle compte actuellement 329 ouvrages. Elle achète 156 nouveaux livres. Quel est le nombre de livres maintenant?

3 collections répétées

Le maître a installé les bureaux pour la rentrée. Il les organise en lignes. Il y a 6 lignes. Dans chaque ligne, il y a 5 bureaux. Combien d'élèves peuvent s'asseoir?

4 PARTAGE

13 élèves de CE2 ont ensemble 104 ans. Tous ont le même âge. Quel âge a chaque élève?

5 GROUPEMENT

Dans la classe, la maîtresse veut faire des équipes de 4 pour le rallye maths. Il y a 28 élèves. Combien y aura-t-il d'équipes?

SOLUTIONS:

1 SOUSTRACTION

$$\begin{array}{r} 118 \\ - 72 \\ \hline 46 \end{array}$$

La classe de Mme Henri a 46 pages de moins que celle de Mme Bourdon.

$$\begin{array}{r} 153 \\ - 92 \\ \hline 61 \end{array}$$

61 élèves ont choisi le défi citoyenneté.

2 ADDITION

$$\begin{array}{r} 329 \\ + 156 \\ \hline 485 \end{array}$$

Il y a 485 livres maintenant.

3 MULTIPLICATION

$$5 \times 6 = 30$$

30 élèves peuvent s'asseoir.

4 DIVISION

$$104 : 13 = 8$$

13 x 8 = 104
Chaque élève a 8 ans.

5 DIVISION

$$28 : 4 = 7$$

4 x 7 = 28
Il y aura 7 équipes.

Expérimenter...



■ Trois situations

« Un père et son fils Kévin ont leur taille dans le ratio de 8 pour 5.
La différence entre leurs tailles respectives est de 66 cm.
Quelle est la taille du père ? »

« Léa et Ali ont choisi un nombre entier positif.
Léa le multiplie par 5 et ajoute 35.
Ali le multiplie par 2 et ajoute 146.
Ils trouvent le même nombre à la fin.
Quel nombre ont-ils choisi ? »

« Anna possède 45 bonbons.
Elle en mange les trois cinquièmes et donne les deux tiers du reste à
son frère Lorenzo.
Combien de bonbons a-t'elle encore ? »

■ Enseigner la résolution de problème ?

- Comment résoudre-riez-vous ces problèmes ?
 - A qui les destineriez-vous ?
 - Quels objectifs viseriez-vous ?
 - Comment enseigneriez-vous leur résolution ?
 - Quelle trace écrite envisageriez-vous ?
-

Une démarche d'enseignement de la résolution de problèmes...

- **Accompagner / Structurer / Enseigner** la résolution de problèmes.
 - **Poursuivre** le travail d'apprentissage engagé à l'école.
 - **Mobiliser** le triptyque Manipuler – Verbaliser - Abstraire.
 - Faire des **liens** entre les connaissances sur les **faits numériques** et les **stratégies de calcul**.
 - Découvrir de **nouvelles notions** au travers de la résolution de problèmes pour **ancrer les concepts** et construire des **images mentales** prégnantes et résistantes.
-

« Un père et son fils Kévin ont leur taille dans le ratio de 8 pour 5.
La différence entre leurs tailles respectives est de 66 cm.
Quelle est la taille du père ? »

Situation 1

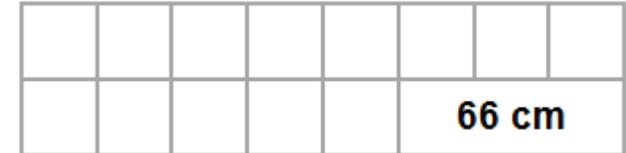


En classe de 6^{ème}

Élève de 6^{ème} – premier trimestre – 2020

Situation 1

« Un père et son fils Kévin ont leur taille dans le ratio de 8 pour 5.
La différence entre leurs tailles respectives est de 66 cm.
Quelle est la taille du père ? »



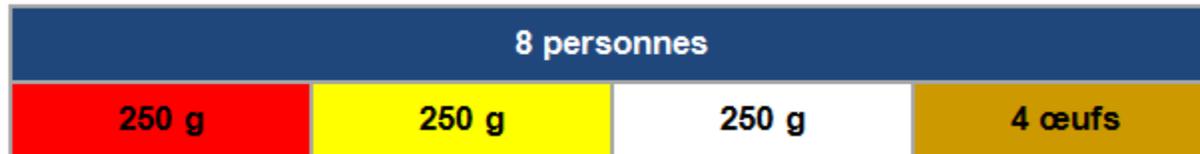
La **représentation en barres** parce que :

- **Possibilité** aux élèves en difficultés d'écriture symbolique ou en difficultés de lecture d'énoncé écrit **d'oraliser à partir d'un registre visuel**.
 - **Création** d'un modèle commun / d'une **culture commune**.
 - **Calculabilité** de la **représentation** / construction du sens des opérations.
 - Opportunité d'étude de **concepts** mathématiques **variés** (ratios...).
-

Situation 1

La représentation en barres et la proportionnalité :

« La recette du quatre-quarts pour 8 personnes :
250 g de sucre, 250 g de farine, 250 g de beurre et 4 œufs.
Quelles quantités d'ingrédients sont nécessaires pour 12 personnes ? »



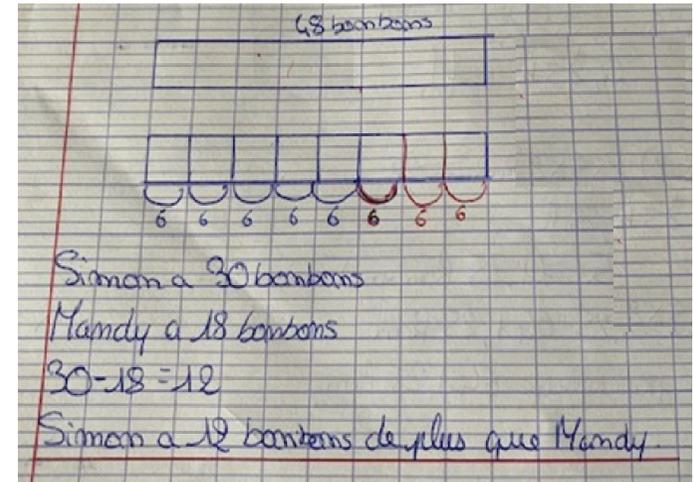
Situation 1

Des automatismes ?

■ Résoudre des problèmes.

« Simon et Mandy ont 48 bonbons dans le ratio 5:3.

Combien Simon a-t-il de bonbons de plus que Mandy ? »



Élève de 3^{ème} – deuxième trimestre – 2020

■ Associer représentation et calcul.

■ Associer représentation et problème.

■ Créer un énoncé de problème à partir d'une représentation.

Situation 2

« Léa et Ali ont choisi un nombre entier positif.
 Léa le multiplie par 5 et ajoute 35.
 Ali le multiplie par 2 et ajoute 146.
 Ils trouvent le même nombre à la fin.
 Quel nombre ont-ils choisi ? »

x	x	x	x	x	35
x	x	146			

x	x	x	35
146			

x	x	x
111		

x	x	x
37	37	37

x
37

$$5x + 35 = 2x + 146$$

$$5x + 35 - 2x = 2x + 146 - 2x$$

$$3x + 35 = 146$$

$$3x + 35 - 35 = 146 - 35$$

$$3x = 111$$

$$3x : 3 = 111 : 3$$

$$x = 37$$

Situation 2

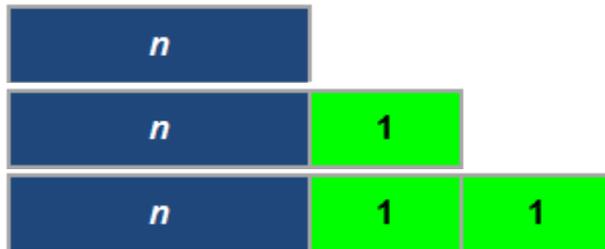
La **représentation en barres** parce que :

- **Construction de sens** : notion d'égalité / expression algébrique / équation.
 - **Progressivité** de l'entrée dans la pensée algébrique : manipulation / modèle / pré-algèbre / algèbre.
 - Les problèmes relevant du **même modèle** de représentation en barres ont la **même représentation algébrique**.
 - Le **traitement des inconnues** dans le registre des **représentations en barres** correspond au traitement des inconnues dans le registre **algébrique**.
-

Situation 2

La représentation en barres et le calcul littéral :

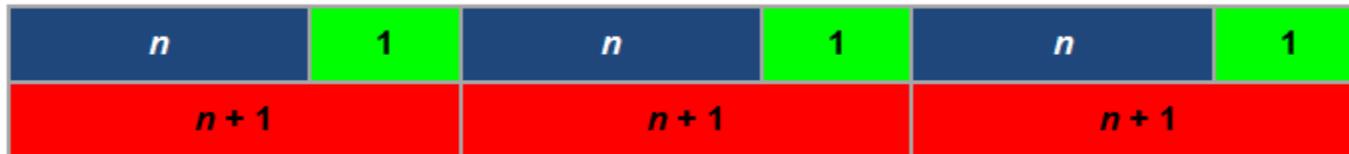
« La somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3 ? »



n

$n + 1$

$n + 1 + 1$



$n + n + 1 + n + 1 + 1$

$n + 1 + n + 1 + n + 1$

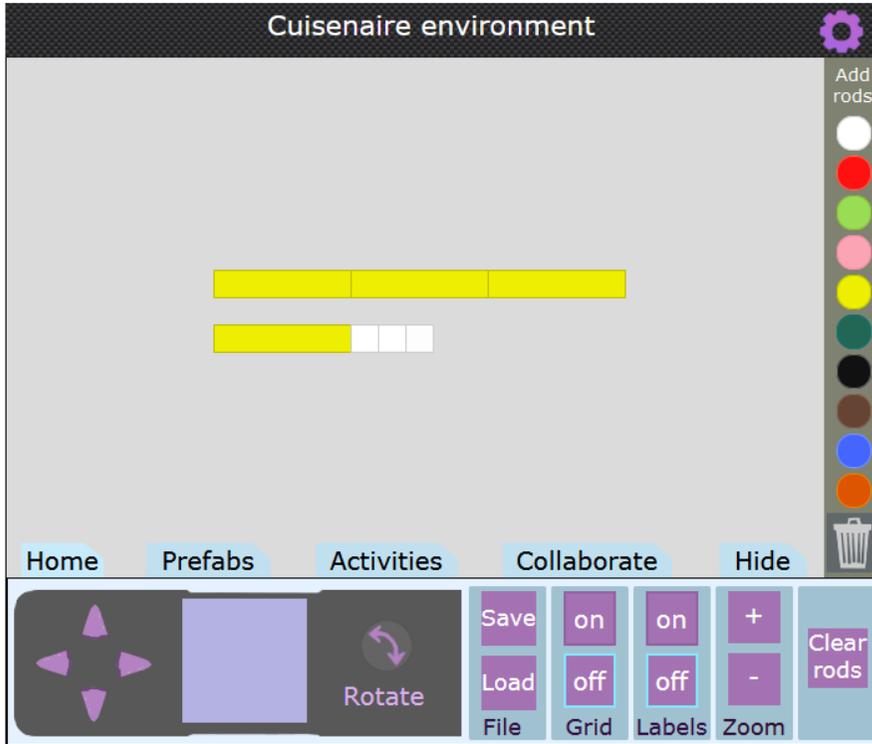
$3 \times (n + 1)$



$3 \times (n + 1)$

$3 \times n + 3 \times 1$

Situation 2



<https://nrich.maths.org/4348>



Émulateur GeoGebra – Raphaël PETIT
 Collège Duez – Leforest / IREM Lille

Situation 2

The screenshot shows the Mathigon Polypad interface. The top bar includes the Mathigon logo, a home icon, and the text 'Polypad' and 'Cours'. The left sidebar is open to the 'Nombres' (Numbers) category, which is highlighted in orange. Under 'Nombres', there is a sub-section 'Tuiles et cubes numériques' (Numerical tiles and cubes) containing 'Réglettes numériques' (Numerical rods). The rods are displayed as follows:

Number	Color
1	Yellow
2	Orange
3	Red
4	Pink
5	Purple
6	Blue
7	Light Blue
8	Teal
9	Green
10	Light Green

Below the rods are other categories: 'Boîtes et jetons', 'Cartes numérotées', 'Droite numérique', 'Cercles de facteurs premiers', 'Groupes de points', 'Grilles de nombres', and 'Outils supplémentaires'. At the bottom of the sidebar are 'Fractions' and 'Algèbre'.

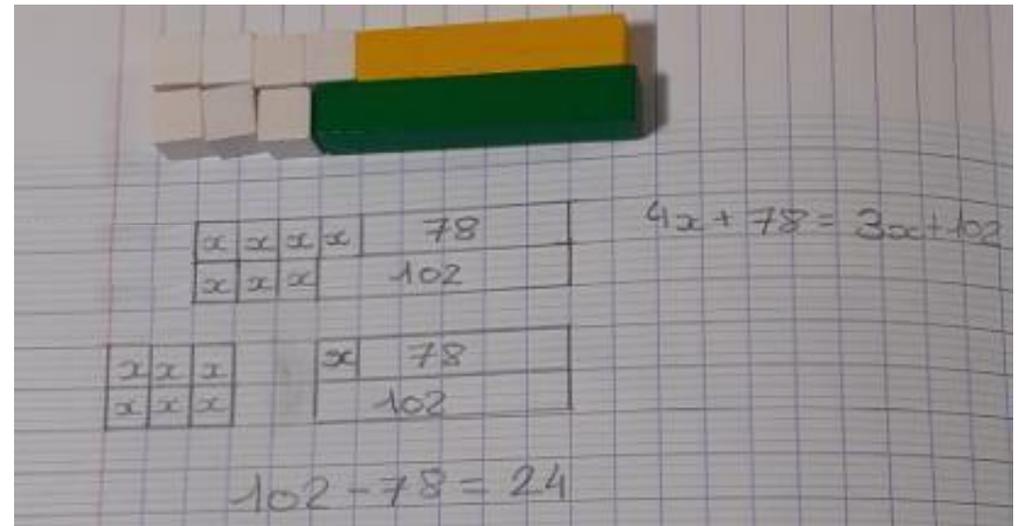
The main workspace contains two rows of tiles:

- The top row consists of three magenta tiles.
- The bottom row consists of one magenta tile followed by three orange tiles.

Situation 2

Des automatismes ?

- Un **diagramme** en barres donné avec une quantité **inconnue**, la **calculer**.
- **Écrire** l'équation associée à un diagramme en barres.
- **Résoudre** une équation.
Traiter un problème.

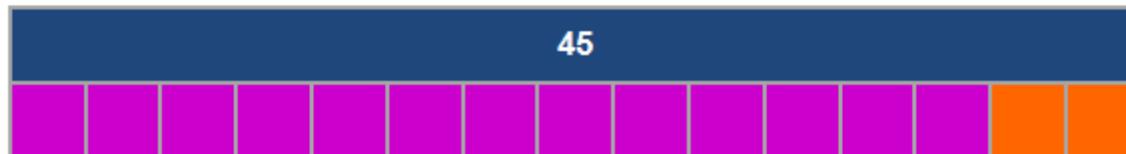
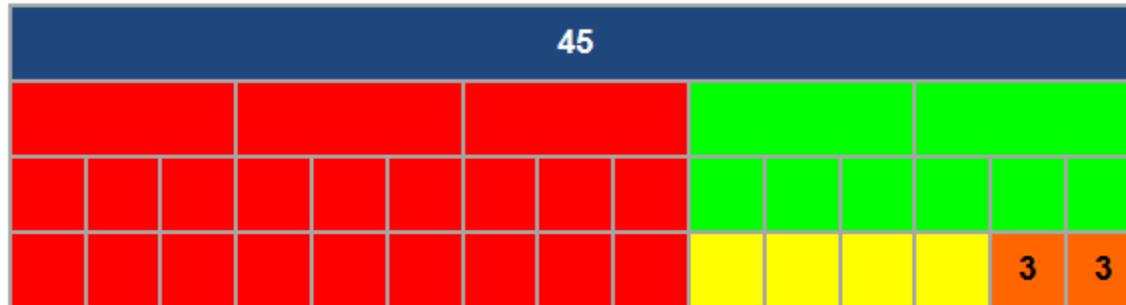


Situation 3

« Anna possède 45 bonbons.

Elle en mange les trois cinquièmes et donne les deux tiers du reste à son frère Lorenzo.

Combien de bonbons a-t'elle encore ? »



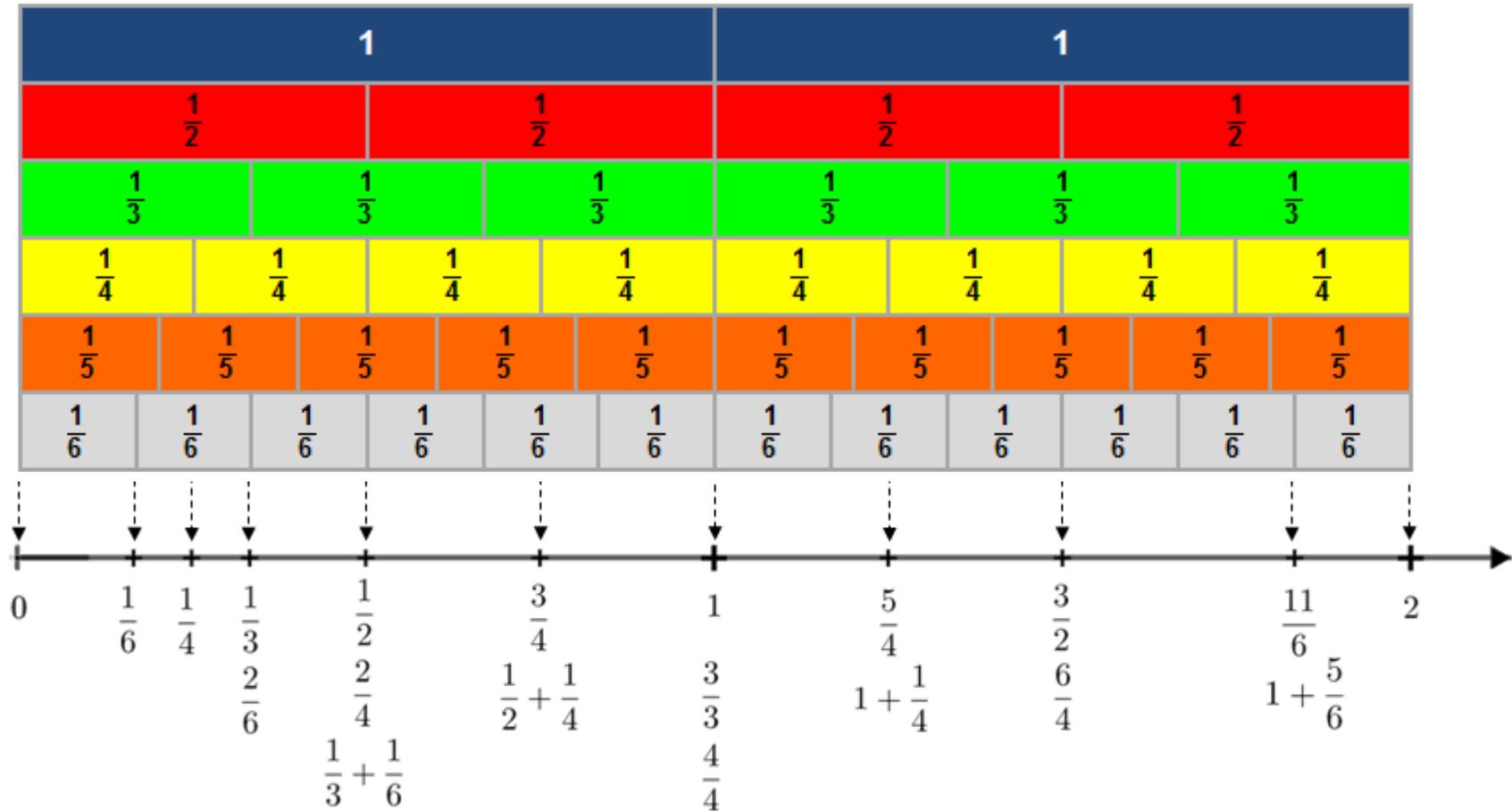
Situation 3

La **représentation en barres** parce que :

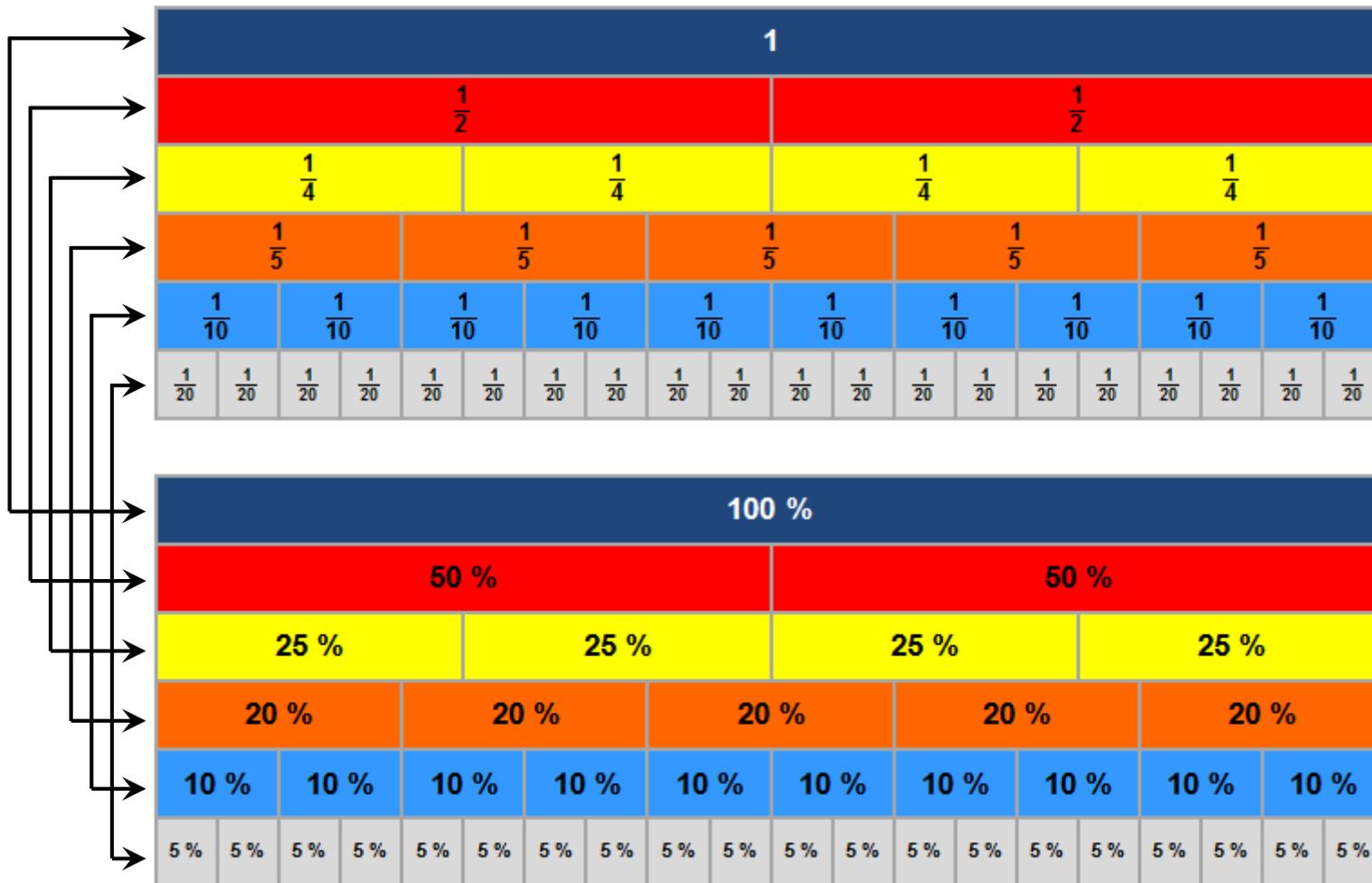
- **Permanence des modèles** (additif / multiplicatif). On "opère" de la même manière sur le schéma quels que soient les nombres.
 - Accompagnement à la **construction des nombres** : fractions plus grandes que 1, nombre fraction, visualisation de fractions égales, mémorisation de faits numériques...
 - Accession au **sens des opérations** notamment au sens des opérations sur les fractions.
 - Stratégie globale autour des **représentations des nombres**.
Liens entre fractions, pourcentages, proportions.
-

Situation 3

Représentation en barres / fractions : construire des images mentales

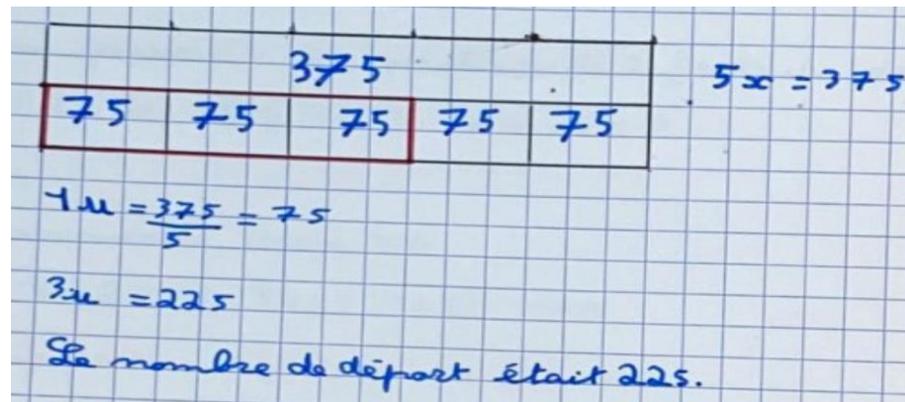


Situation 3



Situation 3

Des automatismes ?



- **Chercher un tout** quand les quantités / proportions sont données.
« Je pense à un nombre. J'ajoute les deux tiers de ce nombre. J'obtiens 375.
Quel est le nombre auquel je pensais ? »
 - **Déterminer la proportion restante** dans une situation donnée.
 - **Associer la représentation** en barre à un **calcul** fractionnaire.
 - **Associer le calcul** fractionnaire correspondant à la **représentation** donnée.
-

À retenir...

Il faut **prendre conscience...**

- Réussir \neq **Comprendre / Apprendre**

 - De la **nécessité d'explicite**
Appropriation / Liens / Sens / Images mentales
-

À retenir...

Il faut **viser**...

- Une **approche d'équipe** : progressivité / uniformité du modèle.
 - La non limitation au procédural / Une **approche structurale** : rendre explicites les **modèles** correspondants aux problèmes.
 - La création de **représentations mentales** notamment des **nombres**.
 - L'emploi de **manipulations** pour faciliter l'entrée dans la résolution de problèmes.
 - La confrontation à la **résolution de problèmes** à tous les stades de l'apprentissage.
 - L'emploi des **représentations en barres** pour différentes notions.
-



**ACADÉMIE
DE LILLE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

PLAN MATHÉMATIQUES COLLÈGE

Vers un enseignement efficace et explicite de
la résolution de problèmes
