

Atelier 2 – La notion de fonction au cycle 4

document support à transmettre aux collègues en établissement

Extraits programmes et document « Exemples pour la mise en œuvre »



Proportionnalité, fonctions

Cette partie du programme regroupe les notions de proportionnalité et de fonction pour répondre à un double objectif :

- introduire progressivement la notion de fonction, pour décrire une dépendance entre deux grandeurs, dont la proportionnalité est un cas particulier ;
- affermir la maîtrise des raisonnements liés à la proportionnalité, en liaison avec les situations de proportionnalité courantes : changement d'échelle, changement d'unité, pourcentages, rapports et ratios.

Au cycle 4, la proportionnalité occupe toujours une place centrale. Il s'agit d'affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité (notamment au niveau de ses applications : pourcentages, rapports et ratios, changements d'unité, changements d'échelle, fonctions linéaires etc.).

Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient. Les procédures vues précédemment sont poursuivies ; la nature des nombres mis en jeu évolue.

La notion de fonction apparaît d'abord dans le cadre des grandeurs, avec des situations simples de proportionnalité ou de non proportionnalité.

Dès la cinquième, on emploie l'expression « en fonction de ». En quatrième, on donne des exemples où on utilise une formule, un graphique ou un tableau de valeurs pour traduire la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre. Des exemples de fonctions sont étudiés en troisième, sans étude générale de la notion de fonction.

Les notations fonctionnelles de type $P(A)$, $p(t)$ ainsi que la flèche \rightarrow sont utilisées progressivement dans tous les chapitres du programme.



Objectifs d'apprentissage

Introduire l'expression « en fonction de » dans des contextes concrets ou mathématiques.

Produire un tableau de valeurs.

Lire et interpréter un tableau de valeurs.

Placer dans un repère orthogonal donné des points correspondant à un tableau de valeurs.

Lire et interpréter un graphique cartésien donné par une courbe ou un nuage de points.

Traduire la relation de dépendance entre deux grandeurs par un tableau de valeurs à partir d'une formule.

Produire une formule simple représentant la dépendance de deux grandeurs.

Caractériser graphiquement la proportionnalité.

5e



Objectifs d'apprentissage

Savoir appliquer un programme de calcul à deux (plusieurs) étapes à un nombre simple puis à une variable.

Savoir retrouver le nombre de départ après avoir remonté un programme de calcul simple.

Produire une formule littérale représentant la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre.

Représenter l'expression d'une grandeur en fonction d'une autre par un graphique.

Comprendre la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre.

4e

Objectifs d'apprentissage

Utiliser les différentes représentations d'une fonction.

Définir et connaître le vocabulaire : image, antécédents.

Définir et utiliser les fonctions linéaires.

Résoudre graphiquement des équations et des inéquations linéaires.

Relier fonctions linéaires et proportionnalité.

Définir et utiliser les fonctions affines.

Déterminer graphiquement les coefficients d'une fonction affine.

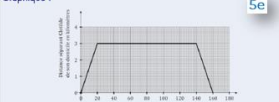
Représenter la fonction carré.

3e



« Clotilde se rend chez Juliette en bus, passe un moment avec elle et revient à son domicile. On modélise cette activité par le graphique suivant avec en abscisse le temps en minutes et en ordonnée la distance qui sépare Clotilde de chez elle.

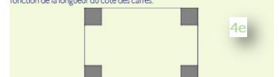
Graphique 1



- Combien de temps a-t-elle passé chez Juliette ?
- Quelle est la vitesse du bus ?

5e

L'élève sait, par exemple, exprimer l'aire restante si on enlève quatre carrés superposables aux quatre coins d'un rectangle de 20 cm de longueur et 13 cm de largeur et conjecture la représentation graphique de l'aire blanche en fonction de la longueur du côté des carrés.



4e

Par exemple on considère les deux programmes de calcul ci-dessous :

Programme A

Choisir un nombre

Le multiplier par 2

Ajouter 13 au résultat

Programme B

Choisir un nombre

Lui soustraire 4

Multiplier le résultat par 3

1) Quel nombre obtient-on avec le programme A en choisissant 10 comme nombre de départ ?

2) Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 9 avec le programme B ?

3) Si on choisit x comme nombre de départ pour le programme 2 donner l'expression qui donnera le résultat du programme de calcul.

4e

La pensée informatique

Représenter des formules sous la forme d'une expression informatique dans un langage de programmation par blocs. Calculer la valeur de formules à l'aide d'une suite d'instructions dans un langage de programmation par blocs. Prédire la valeur d'une expression informatique avant son exécution.

5e

L'élève représente une formule en la décomposant opération par opération sous une forme compréhensible par la machine. La représentation par blocs substitue l'écriture aux parenthèses pour indiquer la priorité des opérations. Par exemple, il sait représenter la formule $(a+b) \times 2$ sous la forme suivante :



L'élève sait qu'une expression arithmétique aura une valeur déterminée au moment de l'exécution. Ainsi, dans l'exemple précédent, il sait que si le nombre a est saisi en entrée, alors l'expression prendra la valeur $2a$.

Connaître la définition d'une fonction affine et la notation $f(x) = ax + b$ et $f: x \mapsto ax + b$ (a et b étant des nombres).

Représenter graphiquement une fonction affine.

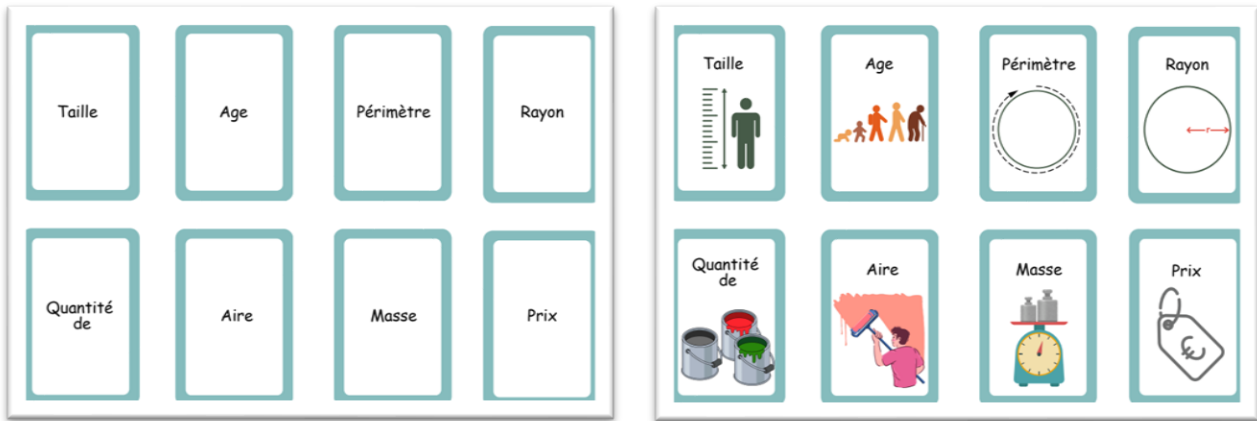
Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par le calcul ou par lecture graphique.

Déterminer les coefficients d'une fonction affine graphiquement.

L'élève représente la fonction carré. Il utilise la représentation pour illustrer la résolution de l'équation $x^2 = a$, où a est un nombre.

3e

Jeux de cartes grandeurs



<https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/sH6ojnM3Lp2iRYj>



Progression spiralee en classe de 5ème

- Introduire l'expression « en fonction de » dans des contextes concrets.
- Produire une formule simple représentant la dépendance de deux grandeurs.
- Traduire la relation de dépendance entre deux grandeurs par un tableau de valeurs à partir d'une formule.

Durée (en min)	2	4	6
Volume d'eau (en L)	9,8	19,6	29,6

- Dès la 6^e : « Plusieurs outils permettent de représenter une situation de proportionnalité : tableau, flèches, parenthèses »
- Produire un tableau de valeurs.
- Placer dans un repère orthogonal des points correspondant à un tableau de valeurs et caractériser la proportionnalité.

Calcul littéral

quand | est cliqué

demandeur: Quelle est la longueur (en cm) du côté du carré ? et attendre

dire regrouper A et regrouper réponse et Ccm

Proportionnalité

Pensée informatique

- l'élève identifie les entrées et les sorties.
- L'élève représente une formule en la décomposant opération par opération.

Organisation et gestion de données

- Lire et interpréter un tableau de valeurs.
- Lire un graphique cartésien donné par une courbe ou un nuage de points.

Traces écrites

« En fonction de »

Qu'est ce qu'une relation de dépendance entre deux grandeurs?

Une grandeur dépend d'une autre si ses valeurs varient avec celles de l'autre. On dit alors que l'une est fonction de l'autre

Prix

Durée

Reprenons deux cartes « grandeurs » de notre jeu :

Lorsque je stationne ma voiture, le prix que je paie à l'horodateur dépend de la durée de mon stationnement. On dit que le **prix payé varie en fonction de la durée** du stationnement.

Lorsque j'accroche un objet à un ressort, le ressort s'allonge. On peut donc dire que la **longueur** du ressort **varie en fonction de la masse** de l'objet accroché.

<https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/4c4TL4DyX2tZDDC>



Dépendance entre deux grandeurs

Objectifs :

- Savoir utiliser l'expression « en fonction de » dans différents contextes
- Savoir produire une formule
- Savoir produire, lire et interpréter un tableau de valeurs
- Savoir produire, lire et interpréter un graphique cartésien (courbe ou nuage de points)

Dans la vie de tous les jours, de nombreuses grandeurs **dépendent** l'une de l'autre.

Exemple :

Exemple
En achetant des poires, il est écrit :

2,70 €/kg

Si elle achète 2 kg de poires, elle paie 5,40 €.
Si elle achète 3 kg de poires, elle paie 8,10 €.

Le prix à payer **dépend** de la masse de poires achetées.
Le prix est calculé **en fonction de** la masse achetée.

Définition :

Une grandeur **dépend** d'une autre si ses valeurs varient avec celles de l'autre. On dit alors que l'une est **fonction de** l'autre.

La dépendance entre deux grandeurs peut être décrite de différentes façons.

1) Par une formule

Exemple : En mathématiques : l'aire d'un carré est donnée par la formule $A = c \times c$

Ex : un carré de 5cm de côté a une aire de 25 cm².

- L'aire du carré **dépend** de la longueur de son côté c .
- L'aire du carré est donnée **en fonction** de la longueur son côté c .
- On peut alors écrire la formule : $A(c) = c \times c$
- La longueur du côté c est la **variable**.

Exercice témoin 1 : Savoir produire une formule

Lors d'une fête foraine, un tour de grande roue coûte 3€ par personne.

- 1) Quel est le prix à payer pour une personne ? Quatre personnes ? Dix personnes ?
- 2) Exprimer le prix total P à payer (en €) en fonction du nombre de personnes n .

2) Par un tableau de valeurs

Exemple : Distance parcourue (en km) par un randonneur.

Temps (h)	1	2	3	4	5
Distance (km)	4	7	11	12	15

Ex : Le randonneur va parcourir 11km en 3heures.

- La distance parcourue **dépend** du temps.
- La distance parcourue est donnée **en fonction** du temps.

Exercice témoin 2 : Savoir lire et interpréter un tableau de valeurs

On étudie la température T (en °C) d'un plat qui refroidit après sa sortie du four.

Durée t (en min)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Température T (en °C)	180	150	130	115	105	95	90

- 1) Quelle est la température du plat au bout d'une minute ?
- 2) Au bout de combien de temps la température du plat est-elle de 105°C ?
- 3) Ecrire une phrase avec l'expression « en fonction de ».
- 4) Est-il possible de connaître la température exacte au bout de 1min15s ? Justifier.


3) Par un graphique cartésien

Exemple : Le graphique ci-contre représente la distance de freinage d'une voiture en fonction de sa vitesse au début du freinage.

On représente la distance sur l'axe des ordonnées et la vitesse initiale sur l'axe des abscisses.

On lit que pour une vitesse de 50 km/h, la distance de freinage sera d'environ 9m.

Distance de freinage en fonction de la vitesse initiale



Exercice témoin 3 : Savoir produire un graphique cartésien

Le tableau ci-dessous donne le nombre de commentaires postés en fonction du nombre de jours passés depuis la publication.

Nombre de jours passés	0	1	2	3	4
Nombre de commentaires postés	10	12	7	4	2

Représenter graphiquement la relation de dépendance présente entre ces deux grandeurs.

<https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/zt4AfaSSGq3dMLS>




Une activité : trois registres en classe de 4ème

Des maths à la plage (Part I)

Suite à l'obtention de son Bafa, Ricky encadre désormais les centres aérés pour la ville de Tourcoing. Lors d'une sortie à Berck (Pas-de-Calais), avec un groupe d'adolescents, il organise des jeux de plage.

A cette occasion, il doit délimiter un terrain rectangulaire sur la plage. Pour cela, il dispose d'une corde de 18 mètres de long et de quatre piquets.


1. Que représente la longueur de la corde par rapport au rectangle ?
2. a. Sur une feuille blanche, en prenant 1 cm pour 1 m, tracer un rectangle qui convient.
b. Expliquer pourquoi il convient.
c. En tracer 8 autres. En existe-t-il d'autres ?
3. Comment garder une trace écrite de tous les résultats ?
4. Parmi toutes les possibilités, laquelle pourrait retenir Ricky et pourquoi ?

<https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/PZtfeaEomdFAdWB>



Variation des contextes d'apprentissage

Développement durable

Une école installe des panneaux solaires sur son toit. Chaque mois, l'installation produit de l'électricité et permet de réduire la facture d'énergie. On obtient :

$$r = 15 \times n + 20$$

où n est le nombre de panneaux solaires et r la réduction en euros.

Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x - 3$.

1. Calculer l'image de 5 par la fonction f
2. Calculer l'image de -1 par la fonction f

Sécurité routière

En cours de physique, on étudie la distance nécessaire pour qu'une voiture s'arrête complètement après avoir freiné, selon sa vitesse initiale.

Voici les données obtenues :

À 30 km/h, la voiture parcourt 9 mètres avant de s'arrêter

À 50 km/h, elle parcourt 25 mètres

À 70 km/h, elle parcourt 49 mètres

À 90 km/h, elle parcourt 81 mètres

Programme de calcul

On considère le programme suivant:

- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Multiplier la somme obtenue par 3
- Retrancher 8

<https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/pxH2ZwkrARDCMEB>



Méthode de simple fausse position

Énoncé

Ahmed, Bertrand et Chloé se partagent une somme d'argent. Ahmed reçoit le tiers, Bertrand un quart, et Chloé reçoit 1 760 €. Quelle était la somme totale à partager ?

RÉSOLUTION PAS À PAS

Valeur fausse

On choisit 12 € (multiple de 3 et 4).
Ahmed reçoit $12 \div 3 = 4$ € | Bertrand reçoit $12 \div 4 = 3$ €
Reste pour Chloé : $12 - 4 - 3 = 5$ €

Test & comparaison

La valeur réelle pour Chloé est 1 760 €. On obtient 5 € avec notre valeur fausse.
→ $1\,760 \div 5 = 352$ (facteur correcteur)

Correction

On multiplie la valeur fausse par 352 :
 $12 \times 352 = 4\,224$ €

♦ La somme totale était 4 224 €.

<https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/izpq4KHZMG3SmN6>

