Cahier de vacances
Classe de 4^e
Académie Lille

Corrigés Fiche
Nombres décimaux

<u>Mise en route 1 :</u> Voici les températures moyennes des planètes du Système Solaire :
1) Ranger ces planètes dans l'ordre croissant de leur température moyenne.

-225°C < -193°C < -180°C < -121°C < -63°C < +15°C < +179°C < +482°C

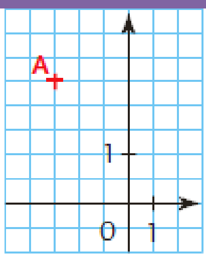
Neptune - Uranus - Saturne - Jupiter - Mars - Terre - Mercure - Vénus.

2) Proposer une explication de ces écarts de températures.
La température moyenne des planètes varie en fonction de la distance des planètes par rapport au soleil. Certaines planètes sont très éloignées du soleil et leur température est alors extrêmement basse. Et plus elles sont proches, plus l température est élevée.

Tous les nombres négatifs sont inférieurs aux nombres positifs.

Parmi tous les nombres négatifs, le plus petit est celui qui est le plus loin de 0.

<u>Mise en route 2 :</u> Les solutions sont colorées en vert:

		A	B	C
1.	 Dans ce repère, les coordonnées de A sont …	(– 3 ; 5)	(5 ; – 3)	(– 3 ; 2,5)
2.	Deux nombres relatifs opposés ont pour …	somme 0	différence 0	différence – 1
3.	−11 + 9 est égal à …	-20	-2	2
4.	– 3 – (– 5) est égal à …	– 3 – 5	– 3 + 5	3 + (- 5)
5.	– 6 + 9 – 5 – 6 + 8 – 9 + 5 est égal à	– 6 – 6 + 8	8	– 4

Mise en route 3 :

La petite sœur de Pauline a gribouillé une partie de son travail. Aide la à retrouver les termes manquants.

a) 5 + **(−9)** = −4

b) (−9) + **7** = −2

c) (−12) + **7** = −5

d) 8 + **(−5)** = 3

Addition :

- Si les 2 nombres ont le même signe, la somme a le signe commun et on ajoute les distances à zéro.

(−7)+(−6)=(−13)

- Si les 2 nombres ont des signes contraires, la somme a le signe du « plus fort » et on soustrait les distances à zéro.

(−4)+(+5) = +1 ou 1

Mise en route 4 :

Compléter avec les signes opératoires + ou – :

a) – 11 **+** (– 6) = – 17

b) 7 **–** 8 = −1

c) 26 **+** (−26) = 0

d) −18 **–** 17 = −35

Soustraction

Pour soustraire, on ajoute l'opposé:

a – b = a + opposé de b

5 – (– 3) = 5 + (+3) = 5 + 3 = 8

– 4 – 7 = –4 + (–7) = – 11

Je m'exerce

Exercice 1 : 8 × (– 6) = **– 48** ; (– 9) × (– 6) = **54**;

(– 5) × 7 = **– 35** ; (– 7) × (– 8) = **56**.

Exercice 2 :

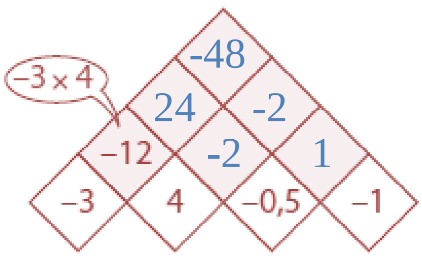
a. Pour que le produit −5 × (– 7,1) × ♣ × (– 6) × (– 7) soit positif, il doit y avoir un nombre pair de facteurs négatifs. Comme il y a déjà 4 facteurs négatifs : ♣ est donc un nombre positif

b. Pour que le produit 9,8 × 1,5 × (−1,1) × ♣ ×(– 8,7) soit négatif, il doit y avoir un nombre impair de facteurs négatifs. Comme il y a déjà 2 facteurs négatifs, il en faut un troisième : ♣ est un nombre négatif

Exercice 3 : (– 100) ÷ 25 = **– 4** ; – 35 ÷ (– 5) = **7** ;

7,5 ÷ (– 3) = **– 1,5** ; (– 72) ÷ 8 = **– 9**.

Exercice 4 : Le nombre écrit dans un carré jaune est le produit des nombres écrits dans les deux carrés sur lesquels il repose. Compléter :



Exercice 5 : Voici deux programmes de calcul.

Programme A	Programme B
Choisir un nombre.	Choisir un nombre.
Le multiplier par −1.	Prendre son opposé.
Ajouter −7.	Soustraire 7.

a. Appliquer chacun de ces programmes de calcul à 7,1 puis à −9,3. Que remarque-t-on ?

Programme A : 7,1 × (−1) + (−7) = −7,1 + (−7) = −14,1

−9,3 × (−1) + (−7) = 9,3 + (−7) = 2,3

Programme B : – 7,1 – 7 = – 14,1

9,3 – 7 = 2,3

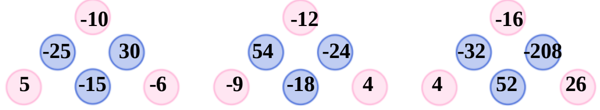
Pour 7,1 et pour −9,3, les deux programmes donnent le même résultat final

b. La remarque précédente est-elle valable quel que soit le nombre choisi ? Expliquer.

Les 2ème et 3ème instructions des deux programmes sont identiques : en effet multiplier un nombre par – 1 revient à prendre l'opposé de ce nombre et soustraire un nombre revient à ajouter son opposé

Exercice 6 :

Triangle 1 **Triangle 2** **Triangle 3**



La règle consiste à multiplier les nombres situés dans les cases roses puis à diviser par 2 le produit trouvé de manière à trouver le nombre de la case bleue.

5×(−10)÷2= −25	54÷(−9)×2= −12	52=4×26÷2
−10×(−6)÷2= 30	−24÷(−12)×2= 4	−208= −16×26÷2
−5×(−6)÷2= 15	4×(−9)÷2= −18	−32= −16×4÷2

Je cherche, je raisonne,
je relève des défis

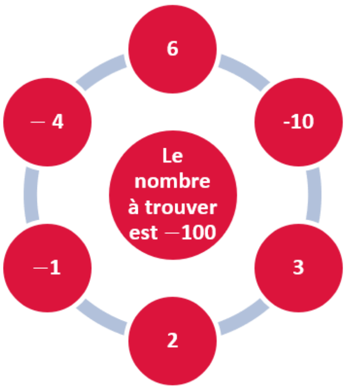
Défi 1 La roue des relatifs

Le produit de trois nombres consécutifs (qui se suivent) vaut toujours -24.

Défi 2 Le jeu des bulles

<u>Règle du jeu</u>

- On donne 6 nombres répartis dans 6 bulles
- Il faut donner les étapes de calculs permettant d'obtenir le résultat affiché au centre.
- On peut utiliser les 4 opérations autant de fois que l'on veut
- On ne peut pas utiliser deux fois le même nombre
- On n'est pas obligé d'utiliser tous les nombres



1) $[-4 \times 2 - (3-1)] \times (-10)$
$= [-4 \times 2 - 2] \times (-10)$
$= [-8 - 2] \times (-10)$
$= (-10) \times (-10)$
$= 100$

On n'obtient pas – 100 mais son opposé 100. Pour trouver – 100, l'idée est de permuter les termes situés à l'intérieur des crochets :
$[(3-1) - (-4) \times 2] \times (-10)$
$= [2 - (-4) \times 2] \times (-10)$
$= [2 + 8] \times (-10)$
$= 10 \times (-10)$
$= -100$

2) Solution N°1 : $[6 - (-4)] \times (-10)$

Solution N°2 : $[(-1) + 6] \times 2 \times (-10)$

Corrigés Fiche
Fractions

Exercice 1

- 24 n'est pas un nombre premier car 24 a au moins trois diviseurs : 1 ; 24 et 2 (24 étant un nombre pair).
- 31 est un nombre premier, ses seuls diviseurs sont 1 et 31.
- 39 n'est pas un nombre premier car 39 est divisible par 3 $(39 = 3 \times 13)$.
- 47 est un nombre premier, ses seuls diviseurs sont 1 et 47.
- 85 n'est pas un nombre premier car 85 est divisible par 5 $(85 = 5 \times 17)$.
- 91 n'est pas un nombre premier car 91 est divisible par 7 $(91 = 7 \times 13)$.

Exercice 2

- $147 \div \mathbf{3} = 49$
  $49 \div \mathbf{7} = 7$
  $7 \div \mathbf{7} = 1$
  Donc $147 = \mathbf{3 \times 7 \times 7} = 3 \times 7^2$

- $156 \div \mathbf{2} = 78$
  $78 \div \mathbf{2} = 39$
  $39 \div \mathbf{3} = 13$
  $13 \div \mathbf{13} = 1$
  Donc $156 = \mathbf{2 \times 2 \times 3 \times 13} = 2^2 \times 3 \times 13$

- $240 \div \mathbf{2} = 120$
  $120 \div \mathbf{2} = 60$
  $60 \div \mathbf{2} = 30$)
  $30 \div \mathbf{2} = 15$
  $15 \div \mathbf{3} = 5$
  $5 \div \mathbf{5} = 1$
  D'où $240 = \mathbf{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5} = 2^4 \times 3 \times 5$

Exercice 3

1. Le programme permet d'afficher la liste des facteurs dans la décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers.
2. La valeur initiale de $\boldsymbol{d}$ est « 2 » car « 2 » est le plus petit nombre premier.
3. Les différentes valeurs prises par la variable $\boldsymbol{n}$ sont : $\mathbf{156}$; $\mathbf{78}$; $\mathbf{39}$; $\mathbf{13}$ **et** $\mathbf{1}$.

Exercice 4

a) $\frac{140}{135} = \frac{5\times28}{5\times27} = \frac{28}{27}$

b) $\frac{14}{49} = \frac{7\times2}{7\times7} = \frac{2}{7}$ et $\frac{22}{55} = \frac{11\times2}{11\times5} = \frac{2}{5}$ et $\frac{34}{85} = \frac{17\times2}{17\times5} = \frac{2}{5}$ et $\frac{62}{155} = \frac{2\times31}{5\times31} = \frac{2}{5}$

Ainsi $\frac{22}{55} = \frac{34}{85} = \frac{62}{155} = \frac{2}{5}$

Exercice 5

$\frac{5}{2} \times \frac{-7}{3} = \frac{-35}{6}$; $\frac{49}{27} \times \frac{8}{21} = \frac{7\times7\times8}{3\times9\times3\times7} = \frac{56}{81}$

$\frac{5}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{9} \times \frac{2}{1} = \frac{10}{9}$; $\frac{5}{11} \div \frac{15}{66} = \frac{5}{11} \times \frac{66}{15} = \frac{5\times6\times11}{11\times3\times5} = \frac{6}{3} = 2$

Énigme 1

	A	B	C	D	E
I	$\frac{2}{7}$	$\times$	$\frac{4}{5}$	$=$	$\frac{8}{35}$
II	$\times$		$\times$		$\times$
III	$\frac{5}{4}$	$\times$	$\frac{14}{9}$	$=$	$\frac{35}{18}$
IV	$=$		$=$		$=$
V	$\frac{5}{14}$	$\times$	$\frac{56}{45}$	$=$	$\frac{4}{9}$

Énigme 2

a) Oui, 790 code W car $790 = 2 \times 5 \times 79$ et 79 code W

b) On décode 048 354 256 511 946

- $\mathbf{048 \div 2 = 24}$

  $\mathbf{24 \div 2 = 12}$

  $\mathbf{12 \div 2 = 6}$

  $\mathbf{6 \div 2 = 3}$

  $\mathbf{3 \div 3 = 1}$

  $\mathbf{48 = 2^4 \times 3}$

  La lettre correspondante est donc « B ».

- $\mathbf{354}$

  La lettre correspondante est « R ».

- $\mathbf{256 \div 2 = 128}$

  $\mathbf{128 \div 2 = 64}$

  $\mathbf{64 \div 2 = 32}$

  $\mathbf{32 \div 2 = 16}$

  $\mathbf{16 \div 2 = 8}$

  $\mathbf{8 \div 2 = 4}$

  $\mathbf{4 \div 2 = 2}$

  $\mathbf{2 \div 2 = 1}$

  $\mathbf{256 = 2^8}$

  La lettre correspondante est donc « A ».

- $\mathbf{511 \div 7 = 73}$

  $\mathbf{73 \div 73 = 1}$

  $\mathbf{511 = 7 \times 73}$

  La lettre correspondante est donc « V ».

- $\mathbf{946 \div 2 = 473}$

  $\mathbf{473 \div 11 = 43}$

  $\mathbf{43 \div 43 = 1}$

  $\mathbf{946 = 2 \times 11 \times 43}$

  La lettre correspondante est donc « O ».

Le mot que se sont échangés Ava et Joris est donc le mot « BRAVO ».

Corrigés Fiche
Puissances

Exercice 1

a) Compléter :

$10\,000 = 10^4$ $10^5 = 100\,000$ $10^0 = 1$

$10^{-2} = 0{,}01$ $0{,}000\,1 = 10^{-4}$ $10^{-7} = 0{,}000\,000\,1$

b) Ranger ces nombres dans l'ordre croissant :

$52 \times 10^{-6} < 5{,}46 \times 10^{-5} < 3{,}142 \times 10^0 < 46 \times 10^{-1} < 13{,}07 \times 10^3 < 1{,}37 \times 10^4$

c) Écrire ces produits sous la forme d'une seule puissance :

$10 \times 10 \times 10 = 10^3$ $7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$

$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^5$

Exercice 2

Le nombre *gogol* s'écrit 10^{100}.

C'est le mathématicien américain Edward Kasner qui aurait demandé à son neveu âgé de 9 ans, de baptiser ce nombre. Il lui aurait répondu simplement « *Googol* ».

Les fondateurs de Google ont choisi ce nom pour symboliser le flux énorme de données qui transitent sur le web.

Exercice 3

Associer chaque grandeur à une valeur cohérente :

Taille d'un virus	$6{,}4 \times 10^6\ m$
Rayon de la Terre	$165 \times 10^{-2}\ m$
Altitude du Mont Blanc	$8 \times 10^0\ m$
Epaisseur d'une feuille	$2\times 10^{-9}\ m$
Longueur d'une salle	$2{,}7 \times 10^{-7} m$
Taille d'un humain	$4{,}8 \times 10^3 m$
Diamètre d'un brin d'ADN	$10^{-4}\ m$

Exercice 4

La lumière parcourt 3 × 10^5 km en une seconde.

On multiplie par 3600 pour obtenir la distance en une heure, puis par 24, pour obtenir en un jour et enfin par 365,25 pour l'obtenir en une année

En un an, elle parcourt donc, 3600 × 24 × 365,25 × 3 × 10^5≈ 9,5 × 10^{12}km

Pour rejoindre Proxima à la vitesse de 110 km/s,

$t = \frac{d}{v}$ = (9,5 × 10^{12}km) ÷ (110 km/s) ≈ 8,64 × 10^{10} s ≈ 2 737 ans !

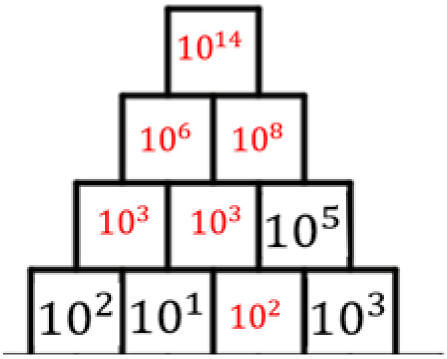
L'objet construit par l'homme le plus rapide est la sonde Parker Solar Probe avec un record de 393 044 km/h soit 109 km/s environ. Mais cette vitesse ne nous permet pas pour l'instant de rejoindre les systèmes solaires les plus proches du nôtre. Il faut donc refuser la mission !

Exercice 5

	A	B	C	D	E
I	2	1	8	7	
II	9	9	0		1
III		1	3	3	1
IV	4	0		1	0
V	9		8	8	0

I : Puissance de 3 correspond à 3^7
III : Puissance de 11 correspond à 11^3
V : Puissance de 3 correspond à 3^2
A : puissance de 7 correspond à 7^2

Exercice 6



On peut compléter en pensant au nombre de zéros de chacune des puissances
Par exemple, $10^2 \times 10^1$ c'est $100\times 10 = 1000 = 10^3$
Ou encore $10^3 \times 10^3$ c'est $1000 \times 1000 = 1000\,000 = 10^6$ etc…

Défi 1
A 8h, la personne poste sa rumeur
A 9h, 10 personnes l'ont reçue ou 10^1
A 10h, 10 × 10 personnes l'ont reçue, c'est à dire 10^2…
On cherche quand on aura 10^6 personnes, c'est à la sixième heure, donc 14h.

Défi 2
Le volume de sable est 50 m × 100 m × 1 m = 5000 m^3 = 5 × 10^{12} mm^3 .
Dans un volume de 1 mm^3, on place 10 grains donc le nombre de grains de cette plage est environ de 5 × 10^{13}.

Défi 3
Pour chaque bande de papier, on peut choisir parmi 10 vers.
Pour chaque vers choisi, il y a ensuite 10 possibilités pour le deuxième vers et ainsi de suite répété 14 fois.
Il y a $10 \times 10 \times$ … $\times$ 10 possibilités, comprenant 14 facteurs (les 14 bandes).
On compte donc 10^{14} sonnets possibles.
10^9c'est un milliard, 10^5c'est cent mille, 10^{14} correspond effectivement à cent mille milliards
On divise 10^{14} minutes par 60, puis 24, puis 365,25 pour trouver le nombre d'années.
On trouve environ 190 millions d'années !

Défi 4
Il y a 10^6 mots de passe possibles.
$10^6 : (2{,}5 \times 10^2) = 4\,000$ s c'est à dire 1h 6 min 40 s

Corrigés Fiche Proportionnalité

Corrigé de l'exercice 1

$\frac{80}{1} = 80$ et $\frac{120}{2} = 60$

Les quotients ne sont pas tous égaux donc le temps de cuisson n'est pas proportionnel à la masse du poulet.

Corrigé de l'exercice 2

Fraises

$\times 2$

Masse de sucre (en kg)	3	6
Masse de fruits (en kg)	5	10

$\times 2$

Framboises

Masse de sucre (en kg)	4	7
Masse de fruits (en kg)	6	10,5

$\times 1,5$

Cerises

$+$

Masse de sucre (en kg)	4	10	14
Masse de fruits (en kg)	5	12,5	17,5

$+$

Corrigé de l'exercice 3

$\div 7$

Taille du fichier en mégaoctets	28	91	420
Temps de téléchargement en secondes	4	13	60

$\div 7$

1) Il lui faut **13 secondes** pour télécharger un fichier de 91 octets.
2) En une minute, il peut télécharger **420 mégaoctets.**

Corrigé de l'exercice 4

Distance parcourue (en km)	100	255	z
Consommation (en L)	8	y	60

$\times \frac{8}{100}$

$y = \frac{8 \times 255}{100} = \frac{2040}{100} = 20,4$. Il faut donc **20,4 L** pour parcourir 255 km.

$z = \frac{100 \times 60}{8} = \frac{6000}{8} = 750$. Donc Thomas peut parcourir **750 km** avec un plein de 60 L.

Corrigé de l'énigme 1

On considère que la masse de déchets est proportionnelle au nombre de personnes qui les produisent. Sur une période d'un an, on obtient donc le tableau de proportionnalité suivant :

Masse de déchets en tonnes	34 000 000	?
Nombre de personnes	66 500 000	1

$\frac{34000000}{66500000} = \frac{340}{665}$ soit environ 0,511 t par an et par personne.

Or 0,511 t = 511 kg et 1 an = 365 jours ainsi pour un jour on obtient :

$\frac{511}{365} = 1{,}4$ soit **1,4 kg** par jour de déchets pour une personne.

On peut donc dire qu'un habitant en France produit un peu plus d'un kilogramme de déchets par jour.

Corrigé de l'énigme 2

Les pizzas ont la même épaisseur donc le volume de pizza (c'est à dire la quantité de pizza) est proportionnel à l'aire de la pizza.

Aire de la petite pizza = $\pi \times 15^2 = 225\pi$ cm²

Aire de la grande pizza = $\pi \times 20^2 = 400\pi$ cm²

Si le prix était proportionnel à la quantité de pizza, en partant du prix de la petite pizza, la grande coûterait :

Aire de la pizza en cm²	225π	400π
Prix de la pizza en €	6	p

$p = \frac{6 \times 400\pi}{225\pi} = \frac{2400}{225}$ soit un prix d'environ 10,67 €.

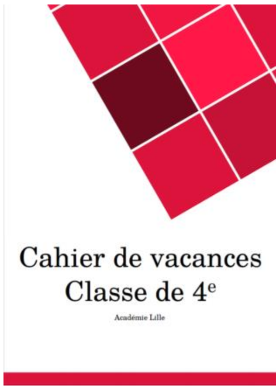
La grande pizza est donc plus avantageuse pour le client car elle ne coûte que 8 €.

Corrigé de l'énigme 3

Il faut aller 4 fois plus vite car 36 ÷ 9 = 4

Il faudra donc 4 fois plus d'enfants si l'on considère que la vitesse d'exécution est proportionnelle au nombre d'enfants. Il faudra donc 16 enfants pour construire le même château en 9 minutes.

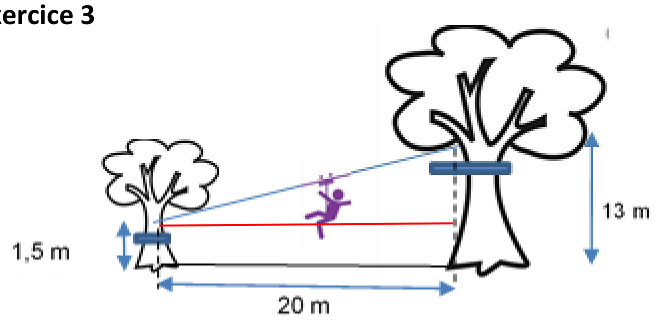
Corrigés Fiche Pythagore

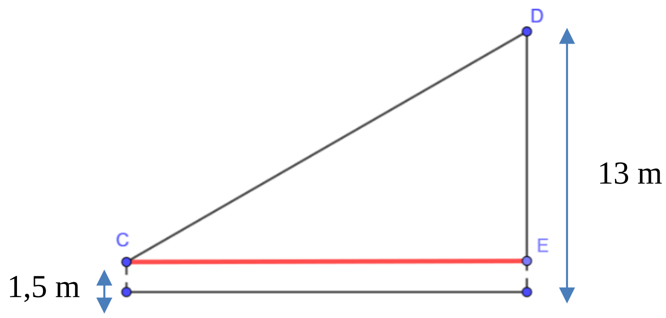


Exercice 1
Voir la correction de cet exercice en video en cliquant sur ce lien (à partir de 13 min 25).

Exercice 2
Dans le triangle RST rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore,
$ST^2 = RS^2 + RT^2$
d'où $4^2 = RS^2 + 2{,}1^2$
$16 = RS^2 + 4{,}41$
$RS^2 = 16 - 4{,}41 = 11{,}59$
$RS = \sqrt{11{,}59} \approx 3{,}4$ m
Le prospectus ne dit pas vrai, la cabane est moins haute.

Exercice 3





On a représenté la situation à l'aide d'un schéma ci-dessus.
On souhaite appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle CDE, rectangle en E.
Le côté [DE] mesure 13 m – 1,5 m = 11,5 m
D'après le théorème de Pythagore,
$CD^2 = CE^2 + DE^2$
$CD^2 = 20^2 + 11{,}5^2 = 532{,}25$
$CD = \sqrt{532{,}25} \approx 23$ m
La tyrolienne mesure donc environ 23 mètres.

Exercice 4
Le plus grand côté du triangle MAI est [AI].
D'une part $AI^2 = 6{,}5^2 = 42{,}25$
D'autre part $AM^2 + MI^2 = 6^2 + 2{,}5^2 = 42{,}25$
$AI^2 = AM^2 + MI^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, MAI est rectangle en M.

Exercice 5
On représente la situation à l'aide d'un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 20 cm, AC = 21 cm et BC = 29 cm.
Répondre au problème revient à déterminer si le triangle ABC est rectangle en A.
Le plus grand côté est [BC].
D'une part $BC^2 = 29^2 = 841$
D'autre part $AB^2 + AC^2 = 20^2 + 21^2 = 841$
$BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, l'étagère est bien perpendiculaire au mur.

Défi 1
En appliquant le théorème de Pythagore dans les triangles rectangles DES, puis DFC, etc, rectangles en D on obtient :
$DS^2 = DE^2 + ES^2 = 1^2+1^2 = 2$
Puis $DC^2 = SC^2+ DS^2 = 1 + 2 = 3$,
Puis $DA^2 = 4$ etc… et puis $DE'^2 = 17$, d'où $DE' = \sqrt{17} \approx 4{,}1$ cm

Défi 2
On calcule d'abord AB à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle ABG rectangle en G :
$AB^2 = AG^2 + BG^2$
$AB^2 = 2^2 + 15^2= 229$
Donc $AB = \sqrt{229}$
Pui on calcule CD à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle CDF rectangle en F :
$CD^2= CF^2 + FD^2$
$CD^2 = 15^2 +5^2 = 250$
Donc $CD = \sqrt{250}$
Pour atteindre l'os, il a besoin d'une chaine de longueur au moins égale à

$$AB+BC+CD = \sqrt{229} +0{,}2+ \sqrt{250} \approx 31{,}14 \text{ m}$$

Sa chaine mesurant 33 mètres, il va donc pouvoir atteindre son os.

Cahier de vacances
Classe de 4^e
Académie Lille

Corrigés Fiche Agrandissement et réduction. Théorème de Thalès

Exercice 1

a) Le coefficient d'agrandissement vaut $\frac{AE}{AC} = \frac{6}{2} = 3$.

b) Le triangle ADE étant un agrandissement du triangle ABC, on a donc $DE = 3 \times BC = 3 \times 2{,}5 = 7{,}5$.

Exercice 3

Les droites (JO) et (KM) sont paralléles car perpendicualires à une même droite.
La configuration rencontrée permet d'appliquer le théorème de Thalès : le tableau ci-dessous est donc un tableau de proportionnalité.

Triangle LJO	**LJ**	**LO**	**JO**
Triangle LKM	**LK**	**LM**	**KM**

Triangle LJO	**1,60**	**LO**	**JO**
Triangle LKM	**5**	**LM**	**12,1**

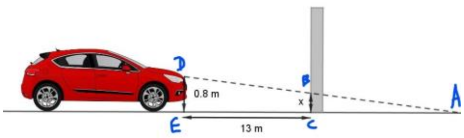
Cette figure sera retravaillée en 3ème.
On pourra écrire l'égalité de rapports $\frac{LJ}{LK} = \frac{LO}{LM} = \frac{JO}{KM}$.

Donc JO = 1,60×12,1÷5 = 3,872 m

Exercice 4

$$k = \frac{longueur\ de\ la\ maquette}{longueur\ réelle\ du\ Titanic} = \frac{45}{26900} \approx 0{,}00167$$

Défi 1



Dans cette configuration, d'après le théorème de Thalès, le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité :

Triangle ABC	**AB**	**AC**	**BC**
Triangle ADE	**AD**	**AE**	**DE**

Triangle ABC	**AB**	**30-13 = 17**	x
Triangle ADE	**AD**	**30**	**0,8**

Ainsi :
x = 0,8×17÷30
$x \approx$ 0,45

Il faut donc que la hauteur de réglage soit environ égale à 45 cm pour que le véhicule vérifie les conditions de sécurité.

Défi 2

1 – 6 3 – 5 2 – 7 4 – 8

Corrigés Fiche
Calcul littéral

Un exercice pour calculer la valeur d'une expression littérale

On considère les quatre expressions suivantes :

$\boldsymbol{A = 3x + 2}$

$\boldsymbol{B = (3 - x)(2x + 1)}$

$\boldsymbol{C = x^2 + 1}$

$\boldsymbol{D = 3x^2 - 2x + 1}$

Calculer ces quatre expressions dans le cas où $\boldsymbol{x = 2}$ puis dans le cas où $\boldsymbol{x = -2}$.

1/ Pour *x* = 2

$A = 3 \times 2 + 2 = 6 + 2 = 8$

$B = (3 - 2)(2 \times 2 + 1) = 1 \times 5 = 5$

$C = 2 \times 2 + 1 = 5$

$D = 3 \times 2^2 - 2 \times 2 + 1 = 3 \times 4 - 4 + 1 = 9$

2/ Pour *x* = - 2

$A = 3 \times (-2) + 2 = -6 + 2 = -4$

$B = (3 - (-2))(2 \times (-2) + 1) = (3 + 2)(-4 + 1)$

$B = 5 \times (-3) = -15$

$C = (-2) \times (-2) + 1 = 5$

$D = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 = 3 \times 4 + 4 + 1$

$D = 17$

Un exercice pour produire une expression littérale

1/ Traduire les programmes de calcul suivants par une expression littérale (on prend $\boldsymbol{x}$ comme nombre de départ)

PROGRAMME 1

- Choisir un nombre
- Prendre le double
- Retirer 1
- Multiplier le résultat par 4
- Annoncer le résultat.

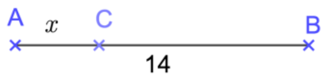
$$x \to 2x \to 2x - 1 \to 4(2x - 1)$$

PROGRAMME 2

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Mettre le résultat au carré (c'est-à-dire multiplier le résultat par lui-même).
- Annoncer le résultat.

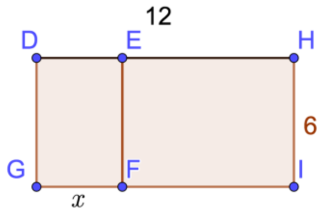
$$x \to x + 5 \to (x + 5)^2$$

2/ Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C sont alignés. AB = 14 et AC = *x*.
Exprimer la longueur BC en fonction de *x*.



$$BC = 14 - x$$

3/ Sur la figure ci-dessous, DHIG est un rectangle. E appartient à [DH] et F appartient à [GI] tels que DEFG est également un rectangle. DH = 12 ; HI = 6 et GF = *x*
Exprimer l'aire et le périmètre de DEFG et de EHIF en fonction de *x*.



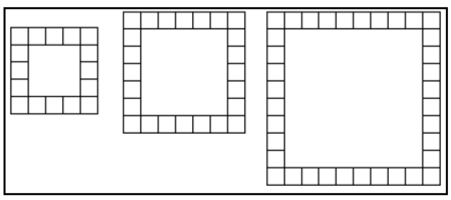
$Périmètre_{DEFG} = 2x + 12$

$Aire_{DEFG} = 6x$

$Périmètre_{EHIF} = 2(12 - x) + 12$

$Aire_{EHIF} = 6(12 - x)$

Énigme 1 :
On souhaite construire une mosaïque avec des petits carrés.
Peut-on prévoir à l'avance le nombre total de petits carrés qu'il faudra utiliser en connaissant le nombre de carrés sur un coté ?



Si on appelle x le nombre de carrés sur un côté, alors le nombre total de carrés peut être donné par les formules :

$4x - 4$ *(4 côtés et on enlève les 4 coins comptés 2 fois)*

$x + (x - 1) + (x - 1) + (x - 2) = 4x - 4$

$2x + 2(x - 2)$

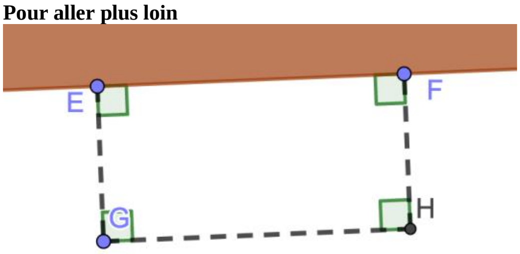
$x^2 - (x - 2)^2$

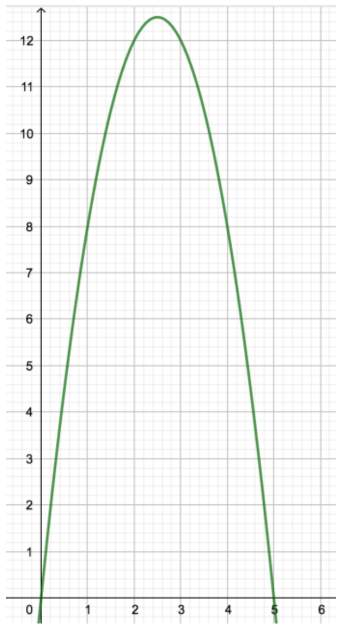
Énigme 2 :

Un magicien prétend pouvoir lire dans la tête des spectateurs.
Il interroge une personne du public :
« Pensez à un nombre
- ajouter 7
- multiplier le résultat par 3
- retirer 1
- enlever le triple du nombre de départ »
Puis déclare : « j'ai une vision ! vous trouvez 20 ! »
Que pensez-vous de ce magicien ?

Si on appelle x le nombre de départ
$\boldsymbol{x \to x+7 \to 3(x+7) \to 3(x+7)-1 \to 3(x+7)-1-3x}$
Si on distribue et réduit l'expression finale, on obtient :
$\boldsymbol{3(x+7)-1-3x = 3x+21-1-3x = 20}$
Quel que soit le nombre de départ, le nombre à l'arrivée sera 20. Ce n'est donc pas tout à fait de la magie…

Pour aller plus loin





Vous avez acheté 10 mètres de grillage afin de clôturer un enclos le long du mur de votre maison.
Cet enclos est un rectangle et vous souhaitez que ce rectangle ait la plus grande aire possible.
Vous avez acheté 10 mètres de grillage afin de clôturer un enclos le long du mur de votre maison.
Cet enclos est un rectangle et vous souhaitez que ce rectangle ait la plus grande aire possible.

Un ami mathématicien vous aide :
« Si on appelle $\boldsymbol{x}$ *la largeur du rectangle dont on cherche les dimensions, alors l'aire de ce rectangle sera égale à* $\boldsymbol{10x-2x^2}$
Tu peux voir sur cette courbe l'évolution de l'aire en m^2 *(axe des ordonnées) en fonction de la longueur choisie pour x en mètres (axe des abscisses) ».*
PARTIE 1 : utiliser le graphique
1/ Lire graphiquement l'aire obtenue si on choisit x = 2
Si x = 2, l'aire vaut 12 m^2
2/ Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire de 8 m^2 *?*
L'aire vaut 8 m^2 *pour x = 1 m et x = 4 m*
3/ Quelle valeur pour x choisissez-vous alors pour avoir le rectangle avec la plus grande aire ?
L'aire est la plus grande pour x = 2,5 m
Partie 2 : retrouver la formule
Comme vous êtes curieux, vous souhaitez retrouver la formule obtenue par votre ami.
Afin de modéliser mathématiquement la situation, on appelle x les longueurs EG et FH.
1/ Montrer que ***GH = 10 – 2x***
EG+GH+HF = 10 m donc GH = 10 – EG – FH = 10 – x – x = 10 - 2x
2/ Montrer alors que l'aire du rectangle EFGH peut s'écrire $\boldsymbol{10x-2x^2}$
$\boldsymbol{Aire\ du\ rectangle = longueur \times largeur}$ *donc l'aire du rectangle vaut* $\boldsymbol{x(10-2x) = 10x-2x^2}$
3/ Calculer l'aire obtenue en choisissant pour x votre réponse à la question 3 partie 1.
Si $\boldsymbol{x}$ *= 2,5 on a* $\boldsymbol{10x-2x^2 = 10\times 2,5 - 2\times 2,5^2 = 12,5}$

Corrigés Fiche
Équations

Exercice 1

- On teste $\frac{-1}{3}$

Membre de gauche : $2 \times \frac{-1}{3} - 3 = \frac{-2}{3} - 3 = \frac{-2-9}{3} = \frac{-11}{3}$
Membre de droite : $5 \times \frac{-1}{3} - 4 = \frac{-5}{3} - 4 = \frac{-5-12}{3} = \frac{-17}{3}$

$\frac{-11}{3} \neq \frac{-17}{3}$donc $\frac{-1}{3}$ n'est pas une solution de l'équation.

- On teste - 3

Membre de gauche : 2 x (- 3) - 3 = - 6 - 3 = - 9
Membre de droite : 5 x (- 3) - 4 = - 15 - 4 = - 19

$-9 \neq -19$ donc - 3 n'est pas une solution de l'équation.

- On teste $\frac{1}{3}$

Membre de gauche : $2 \times \frac{1}{3} - 3 = \frac{2}{3} - 3 = \frac{2-9}{3} = \frac{-7}{3}$
Membre de droite : $5 \times \frac{1}{3} - 4 = \frac{5}{3} - 4 = \frac{5-12}{3} = \frac{-7}{3}$
On trouve le même résultat donc $\frac{1}{3}$ est une solution de l'équation.

Exercice 2

1) Le périmètre du rectangle est donné en fonction de x par
$2(x + 3 + x) = 2(2x + 3) = 2 \times 2x + 2 \times 3 = 4x + 6$
Déterminer la (ou les) valeur(s) de x telle(s) que ce périmètre soit égal à 30 cm revient donc à résoudre l'équation $4x + 6 = 30$.

2) *On teste 5 :*

Membre de gauche : $4 \times 5 + 6 = 20 + 6 = 26$
$26 \neq 30$ donc 5 n'est pas une solution de l'équation.

On teste 6 :
Membre de gauche : $4 \times 6 + 6 = 24 + 6 = \mathbf{30}$
Donc 6 est une solution de l'équation.

Exercice 3

*1) On a entré la formule =A2*A2 + A2 – 2 ou = A2^2 + A2 - 2*

2) C'est Margot qui a raison. La solution de l'équation se trouve dans la colonne A. Léo se trompe, il cherche la solution dans la colonne B où on a mis les valeurs prises par l'expression $x^2 + x - 2$.

3) On lit aussi grâce au tableau que $x = -3$ est une autre solution de cette équation.

4) Pour $x = 5{,}5$
$x^2 + x - 2 = 5{,}5^2 + 5{,}5 - 2 = 33{,}75$
Donc 5,5 est bien une solution.

Pour $x = -6{,}5$
$x^2 + x - 2 = (-6{,}5)^2 + (-6{,}5) - 2 = 33{,}75$
Donc – 6,5 est bien une solution.

Exercice 4

a) $5x = -3$

$\frac{5x}{5} = \frac{-3}{5}$

$x = \frac{-3}{5}$

b) $5 + x = -3$

$5 + x - 5 = -3 - 5$

$x = -8$

c) $5x - 3 = 7$

$5x - 3 + 3 = 7 + 3$

$5x = 10$

$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$

$x = 2$

d) $5x - 3 = 3x + 2$

$5x - 3 + 3 = 3x + 2$

$5x - 3x = 3x + 5 -$

$2x = 5$

$\frac{2x}{2} = \frac{5}{2}$

$x = 2{,}5$

Énigme 1

On note x le nombre entré à la calcultrice par Louise et Thomas.

Louise effectue donc le calcul $x \times 4 - 6$.

Thomas effectue donc le calcul $x \times 8 + 2$.

Ils obtiennent tous les deux le même résultat donc trouver le nombre de départ revient à résoudre l'équation suivante :

$4x - 6 = 8x + 2$

$4x - 8x - 6 = 8x + 2 - 8x$

$-4x - 6 = 2$

$-4x - 6 + 6 = 2 + 6$

$-4x = 8$

$x = -2$

Le nombre choisi au départ par Louise et Thomas est donc -2. Ils ont obtenu -14.

Énigme 2

- Je choisis de noter x la longueur du segment [AB].
Donc AB = x et BD = $7 - x$

- J'exprime les aires des deux triangles en fonction de x :

Aire de ABC = $\frac{b \times h}{2} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{x \times 4}{2} = 2x$
Aire de BDE = $\frac{b \times h}{2} = \frac{BD \times DE}{2} = \frac{(7-x) \times 6}{2} = (7 - x) \times 3 = 3(7 - x)$
En utilisant la distributivité l'aire du triangle BDE devient : $3 \times 7 - 3 \times x = 21 - 3x$

- Je cherche si les aires des deux triangles peuvent être égales en résolvant l'équation :
$2x = 21 - 3x$
$2x + 3x = 21 - 3x + 3x$
$5x = 21$

$\frac{5x}{5} = \frac{21}{5}$
$x = 4{,}2$

Les triangles ABC et BDE peuvent donc avoir la même aire lorsque le segment [AB] mesure 4,2 cm.

Corrigés Fiche Statistiques : médiane

Exercice 1

On range dans l’ordre croissant les durées et on choisit la huitième donnée car l’effectif total est de 15 qui est impair (15 = 2x7+1).

3 ; 4 ; 7 ; 7 ; 8 ; 9 ; 9 ; **11** ; 12 ; 12 ; 13 ; 15 ; 16 ; 17 ; 19

La durée médiane est de 11 minutes.

Il y a autant de vidéos qui durent moins de 11 minutes que de vidéos qui durent plus de 11 minutes.

Exercice 2

1) On range dans l’ordre croissant les notes pour chaque classe :

3^e A : 6 ; 7 ; 7 ; 7 ; 8 ; 8 ; 10 ; 10 ; **11 ; 11** ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 15 ; 15 ; 18 ; 18.

L’effectif total est égal à 18, qui est pair. On calcule 18/2 = 9. Une médiane est donc une note entre la 9^e et la 10^e note.

Ici la 9^e note est 11 ainsi que la 10^e **: la médiane des notes de la classe 3^e A est donc égale à 11.**

3^e B : 7 ; 7 ; 7 ; 8 ; 8 ; 8 ; 8 ; 9 ; **9** ; 12 ; 13 ; 13 ; 13 ; 13 ; 16 ; 18 ; 19.

L’effectif total est égal à 17, qui est impair. La médiane est donc la 9^e note : **la médiane des notes de la classe 3^e B est égale à 9.**

2) On peut directement éliminer le graphique 3 car aucun élève des deux classes n'a eu de note entre 0 et 5. Or la couleur foncée est visible sur le graphique.

Sur le graphique 1, on remarque que **plus de la moitié** des élèves ont eu une note entre 5 et 10 (couleur grise).

Sur le graphique 2, il y a **moins de la moitié** des élèves qui ont eu une notre entre 5 et 10.

Le graphique 1 correspond à la 3^e B où la médiane est égale à 9 : on suppose que **plus de la moitié** des élèves ont eu une note entre 5 et 10 sachant que la moitié ont eu une note inférieure ou égale à 9.

Le graphique 2 correspond à la 3^e A où la médiane est égale à 11 : on a **moins de la moitié** des élèves qui ont eu une notre entre 5 et 10.

Exercice 3

1) 6 500 – (1 127 + 643 + 929 + 458 + 732 + 1207) = 6 500 – 5 096 = 1 404. Il y a eu 1 404 entrées le dimanche.

2) Il y a eu en moyenne 929 visiteurs par jour car $\frac{6\,500}{7} = 929$.

3) J'ordonne les données de la série :

458 < 643 < 732 < 929 < 1127 < 1207 < 1404.

L'effectif total est de 7 donc la médiane est le 4^e donnée de la série ordonnée.

La médiane est donc de 929 visiteurs. Il y a autant de jours où il y a plus de 929 visiteurs que de jours où il y en a moins.

Défi 1

1) On classe les âges en ordre croissant :

   4 ; 6 ; 6 ; 8 ; 8 ; 8 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 14 ; 14 ; 14 ; 14 ; 16 ; 16 ; 16 ; 16

   L'effectif est de 25 enfants (impair) donc la médiane est la 13^e donnée (25 = 2x12 + 1).

   L'âge médian est donc de 12 ans.

2) La dernière donnée de la série doit donc être remplacée par 18.

   a) L'effectif de la série n'a pas changé : la médiane sera toujours la 13^e donnée, c'est-à-dire 12.

   b) L'effectif total est inchangé. Dans le calcul de la moyenne, $\frac{4+6+\cdots+16+18}{25} > \frac{4+6+\cdots+16+16}{25}$ donc la moyenne va augmenter.

Défi 2

On veut respecter les règles suivantes :

- Les cinq nombres sont compris entre 0 et 10.
- Le plus petit nombre de la série est 3.
- La médiane de la série est égale à 8.
- La moyenne de la série est égale à 7.

On veut une moyenne égale à 7. Sachant qu'il y a cinq nombres**, la somme des nombres doit être égale à 35** car 35/5 = 7.

Il y a cinq données donc la médiane est la 3^e donnée dans la série **ordonnée** (5 = 2x2 + 1). Ici la 3^e valeur doit donc être égale à 8.

On a en respectant l'ordre croissant :

3 … 8 … …

Il reste à trouver les trois nombres restants sachant qu'il y en a un entre 3 et 8 inclus et les deux autres supérieurs ou égaux à 8.

Il y a plusieurs solutions :

3 4 8 10 10

3 5 8 9 10

3 6 8 9 9

3 7 8 8 9

3 8 8 8 8

Corrigés Fiche
Probabilités

Exercice 1

a) Très probable. La probabilité est de $\frac{5}{6}$.
b) Une chance sur deux. La probabilité est de 0,5.
c) C'est un événement impossible.
d) C'est un événement peu probable.

Exercice 2

1) « On obtient un nombre entier » est un évènement <u>certain</u>.

2) « On obtient 112 » est un évènement <u>impossible</u>.

3) a) Les issues réalisant l'événement E sont : 10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 et 90.

b) La probabilité de E est donc P(E) = 9/100 = 0,09.

4) Les issues réalisant l'événement I sont : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; 30 ;
33 ; 36 ; 39 ; 42 ; 45 ; 48 ; 51 ;54 ; 57 ; 60 ;
63 ; 66 ; 69 ; 72 ; 75 ; 78 ; 81 ; 84 ; 87 ; 90 ;
93 ; 96 ; 99.

La probabilité de cet événement est donc égale à 33/100 = 0,33.

Exercice 3

1) Les issues de cette expérience aléatoire sont : A ; C ; R ; O ; P ; L et E.

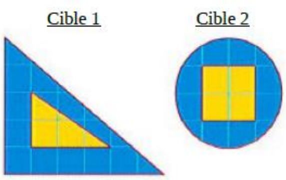
2) a) La probabilité de l'évènement E_1 est $P(E_1)$ = 2/8 = ¼ = 0,25.

b) E_2 est l'évènement « On n'obtient pas la lettre O ». On a $P(E_2)$ = 6/8 = 3/4 = 0,75.

c) $P(E_3)$ = 4/8 = ½ = 0,5.

d) $P(E_4)$ = 3/8 = 0,375 car il y a 3 lettres du mot GREC qui se retrouvent dans le mot ACROPOLE.

Défi 1



1) On prend un carreau comme unité d'aire.

Aire partie claire = $\frac{3\times2}{2} = 3$

Aire totale = $\frac{6\times5}{2} = 15$

La probabilité recherchée est $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

2) Aire partie claire = 4

Aire totale = $\pi \times 2^2 = 4\pi$

La probabilité recherchée est $\frac{4}{4\pi} = \frac{1}{\pi}$.

Défi 2

1) Aline n'a que des billes rouges. Donc pour elle, “Tirer une bille rouge” est un événement certain. C'est à dire un événement de probabilité 1. C'est donc elle qui a la plus grande probabilité de tirer une bille rouge.

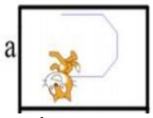
2) La probabilité de Bernard de tirer une bille rouge est de $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$.

Si on ajoute 15 billes noires dans le sac d'Aline, alors la probabilité d'Aline de tirer une bille rouge sera égale à $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Ce sera donc la même que celle de Bernard.

Quizz
1. A 2. A 3. B 4. A

Exercice 1
a)

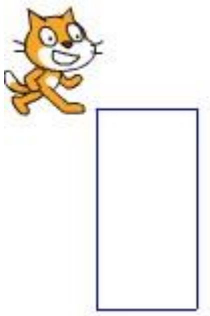


C'est la réponse **a)** à cause de « tourner de 45 ».

Exercice 2
Le bon programme est le programme 3.

C'est le programme 3. Le programme 1 trace un carré et le programme 2 ne permet pas de construire des angles droits.

Exercice 3

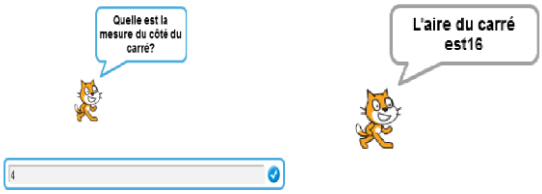


Exercice 4

Il faut faire attention à la mesure de l'angle de rotation. Il ne faut pas confondre les angles du triangle et la mesure de l'angle selon laquelle le chat doit tourner.

Exercice 5
1) 4 est le nombre de départ, donc la valeur de x sera (4 + 3) x 5 = 7 x 5 = 35.
2) Avec 10 comme nombre de départ, on obtient (10 + 3) x 5 = 13 x 5 = 65.
3) En « remontant » le programme ou en testant sur *Scratch*, on obtient 100 : 5 – 3 = 20 – 3 = 17.
4) On appelle x le nombre de départ.
L'expression associée est $(x + 3) \times 5$.

Exercice 6



Défi 1

« jouer la note 62 pendant 0.25 » correspond à un point et 0.75 à un trait.
On peut programmer les 25 autres lettres de l'alphabet à la suite du « a » à l'aide d'instructions conditionnelles « si ….alors » et en adaptant le modèle du « a ».

Défi 2