Corrigés

Exercice 1 : *Quelques automatismes. A faire sans calculatrice !*

1. Exprimer chaque proportion sous forme de pourcentage.

$a.\quad 0{,}1 = 10\%$ $\qquad b.\quad \frac{1}{2} = 50\%$ $\qquad a.\quad \frac{3}{4} = 75\%$ $\qquad a.\quad \frac{2}{5} = 40\%$

2. Ecrire chaque pourcentage sous forme décimale.

$a.\ \ 8\ \% = 0{,}08$ $\qquad b.\ \ 35\ \% = 0{,}35$ $\qquad c.\ 12{,}8\ \% = 0{,}128$ $\qquad d.\ \ 0{,}3\ \% = 0{,}003$

3. Calculer

$a.\quad 10\ \%\ \ de\ \ 850 = 0{,}1 \times 850 = 85\ .$
$b.\quad 50\ \%\ \ de\ 240 = 0{,}5 \times 240 = 120\ .$
$c.\quad 25\ \%\ \ de\ 48 = 0{,}25 \times 48 = 12\ .$
$d.\quad 20\ \%\ de\ 650 = 0{,}2 \times 650 = 130.$

Prendre 10 % de …c'est diviser …par 10
Pendre 50 % de …c'est diviser … par 2
Pendre 25 % de …c'est diviser … par 4
Pour 20 %, prendre 10 % et multiplier par 2

4. A quelle évolution en pourcentage correspondent chacun des coefficients multiplicateurs ?

$a.$ 1,12 est le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 12 %.
$b.$ 0,8 est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 20 %.
$c.$ 1,035 est le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 3,5 %.

$d.$ 0,97 est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 3 %.
$e.$ 0,854 est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 14,6 %.
$f.$ 3 est le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 200 %.

Si CM>1, il s'agit d'une hausse
Si CM<1, il s'agit d'une baisse

Exercice 2 : *utiliser une proportion*

1. La proportion de téléphones de type Android est $p = \frac{121}{220} = \frac{11}{20} = 0{,}55$ soit $\boxed{55\ \%}$.

2. On calcule 34 % de 450 soit $0{,}34 \times 450 = 153$.
Il y a donc 153 élèves externes en seconde.

3. Son budget global noté x vérifie donc l'équation $\frac{290}{x} = 0{,}20$
Donc $x = \frac{290}{0{,}2}$ soit 1450€. Le budget global d'Alicia est 1450€.

Exercice 3 : *utiliser les coefficients multiplicateurs.*

1. Baisser de 30 % revient à multiplier par 0,70.
On calcule $80 \times 0{,}70 = 56$
L'article est donc soldé à 56 €.

2. Baisser de 25 % revient à multiplier par 0,75.
Si on note x le prix avant la baisse, le problème revient à résoudre l'équation
$0{,}75x = 93{,}75.$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{93{,}75}{0{,}75}$
$\Leftrightarrow x = 125$
Avant réduction, le prix est 125 €.

3. Augmenter de 2 % revient à multiplier par 1,02.
On calcule $1341 \times 1{,}02 = 1367{,}82$
Le salaire en 2021 sera 1367,82 €.

4. Augmenter de 120 % revient à multiplier par 2,20.
Si on note x le prix du melon avant la forte hausse, le problème revient à résoudre l'équation
$2{,}20x = 6{,}50.$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{6{,}50}{2{,}20}$
$\Leftrightarrow x \approx 2{,}95$
Avant la pénurie, le prix du melon était environ 2,95 €.

Exercice 4 : *utiliser un taux d'évolution.*

1. On calcule :

$$t = \frac{1800 - 1440}{1440} = 0{,}25.$$

Les ventes d'ordinateurs augmentent de $\boxed{25\ \%.}$

2. On calcule :

$$t = \frac{1750 - 2660}{2660} \approx -0{,}342$$

La fréquentation du parc a baissé de $\boxed{34{,}2\ \%.}$

Exercice 5 : *Gérer des évolutions successives.*

1. Une valeur augmente à deux reprises de 30 % donc le coefficient multiplicateur global est :

$$CM_{global} = 1{,}30 \times 1{,}30 = 1{,}69$$

Les deux augmentations de 30 % ont engendré une hausse de 69 %.

2. Une valeur baisse à trois reprises de 40 % donc le coefficient multiplicateur global est :

$$CM_{global} = 0{,}60 \times 0{,}60 \times 0{,}60 = 0{,}216$$

Ce coefficient multiplicateur de 0,216 correspond à une baisse de $78{,}4\ \%$.
En effet $1 - 0{,}216 = 0{,}784$.
Les trois baisses de 40 % ont engendré une baisse de 78,4 %.

3. Augmenter de 10 % revient à multiplier par 1,10 donc le coefficient multiplicateur global pour les 8 semaines est :

$$CM_{global} = 1{,}10 \times 1{,}10 \times \ldots \times 1{,}10 = 1{,}10^8$$

La distance parcourue par Adam sera dans 8 semaines.
$10 \times 1{,}10^8 \approx 21{,}436$
Adam sera donc apte à finir un semi-marathon de 21,1 km dans 8 semaines.

4. Baisser de 5 % revient à multiplier par 0,95 donc le coefficient multiplicateur global pour 4 évolutions successives est :

$$CM_{global} = 0{,}95 \times 0{,}95 \times 0{,}95 \times 0{,}95 = 0{,}95^4$$

Si on note x le prix initial, le problème revient à résoudre l'équation
$x \times 0{,}95^4 = 69$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{69}{0{,}95^4}$
$\Leftrightarrow x \approx 84{,}71$

Le prix initial de la calculatrice était donc de 84,71 €.

5. Baisser de 20% revient à multiplier par 0,80.
Afin de compenser cette baisse il faut trouver le coefficient multiplicateur CM tel que
$0{,}8 \times CM = 1$.
Et donc
$CM = \dfrac{1}{0{,}8}$
$CM = 1{,}25$

Il faut compenser une baisse de 20 % par une augmentation de 25 %.

Correction question Défi …

Il s'agit pour chaque contrat de calculer le cumul des dépenses sur les 10 années.

En ce qui concerne la société A, le montant initial est 1 100 € (année 1)
Au bout de 1 année, le montant est $1\,100 \times 1{,}04 = 1\,144$€ (année 2)
Au bout de 2 années, le montant est $1\,100 \times 1{,}04^2 = 1189{,}76$€ (année 3)etc…
De manière générale,
Au bout de n années, le montant exprimé en euros est $1100 \times 1{,}04^n$ (année n+1)

En ce qui concerne la société B, le montant initial est 1 500 € (année 1)
Au bout de 1 année, le montant est $1\,500 \times 0{,}96 = 1\,440$€ (année 2)
Au bout de 2 années, le montant est $1\,500 \times 0{,}96^2 = 1382{,}40$€ (année 3)etc…
De manière générale,
Au bout de n années, le montant exprimé en euros est $1\,500 \times 0{,}96^n$ (année n+1)

Le mieux est de rassembler les résultats dans un tableau (le calcul sur tableur est à privilégier).
Il reste à cumuler toutes les valeurs obtenues (les 10 montants annuels).
On obtient 13 206,72 € pour la société A et 12 568,78 € pour la société B.

La différence est environ de 638€ en faveur du contrat de la société B qui est moins onéreux sur le cumul des 10 années.
Les valeurs présentées dans le tableau sont arrondies à 10^{-2} près.

	Montant annuel société A	Montant annuel Société B
année 1	1100,00	1500,00
année 2	1144,00	1440,00
année 3	1189,76	1382,40
année 4	1237,35	1327,10
année 5	1286,84	1274,02
année 6	1338,32	1223,06
année 7	1391,85	1174,14
année 8	1447,52	1127,17
année 9	1505,43	1082,08
année 10	1565,64	1038,80
Cumul	**13206,72**	**12568,78**

Corrigés

Exercice 1 :

1. $10^{-3} = 0.001$ donc l'inégalité large $10^{-3} \leq 0.001$ est **vraie.**
2. $\pi \approx 3.1416 \ldots$ donc $\pi > 3.14$ donc la deuxième affirmation est fausse.
3. $\sqrt{16} = 4$. Or, 4 n'est pas strictement supérieur à 4 donc l'affirmation 3 est **fausse.**

Exercice 2 : Inéquation : $2x + 7 < 6x - 5$ Nombres : $\frac{1}{2}$; 9 ; -1 ; 5 ; 3

On teste l'inégalité avec chacun des nombres proposés :

- **Si $x = \frac{1}{2}$ alors :**
  $2x + 7 = 2 \times \frac{1}{2} + 7 = 1 + 7 = 8$ et $6x - 5 = 6 \times \frac{1}{2} - 5 = 3 - 5 = -2$; or $8 > -2$ donc l'inégalité n'est pas vérifiée par le nombre $\frac{1}{2}$ et ce nombre **n'est pas solution** de l'inéquation.
- **Si $x = 9$ alors :**
  $2x + 7 = 2 \times 9 + 7 = 25$ et $6x - 5 = 6 \times 9 - 5 = 49$; or $25 < 49$ donc 9 **est solution** de l'inéquation.
- **Si $x = -1$ alors :**
  $2x + 7 = 2 \times (-1) + 7 = -2 + 7 = 5$ et $6x - 5 = 6 \times (-1) - 5 = -11$; or $5 > -11$ donc (-1) **n'est pas solution** de l'inéquation.
- **Si $x = 5$ alors :**
  $2x + 7 = 2 \times 5 + 7 = 17$ et $6x - 5 = 6 \times 5 - 5 = 25$ or $17 < 25$ donc 5 **est solution** de l'inéquation.
- **Si $x = 3$ alors :**
  $2x + 7 = 13$ et $6x - 5 = 13$; or 13 n'est pas strictement inférieur à 13 donc 3 **n'est pas solution** de l'inéquation.

Exercice 3 : (*cet exercice s'inscrit dans le cadre des automatismes à acquérir notamment en vue des épreuves d'E3C en voie technologique*)

On peut déjà ranger les nombres selon qu'ils sont inférieurs ou supérieurs à 1.
Pour rappel : si le numérateur est inférieur au dénominateur alors le nombre est inférieur à 1.
Donc, les nombres $\frac{3}{11}$; $\frac{7}{11}$; $\frac{2}{5}$ sont inférieurs à 1 tandis que les nombres $\frac{11}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{11}{7}$ sont supérieurs à 1.
De plus, $\frac{3}{11}$ et $\frac{7}{11}$ ont le *même dénominateur* avec $3 < 7$ donc $\frac{3}{11} < \frac{7}{11}$.
Pour comparer $\frac{2}{5}$ aux deux autres fractions, il faut *mettre au même dénominateur* :

$$\frac{2}{5} = \frac{22}{55}, \frac{3}{11} = \frac{15}{55}, \frac{7}{11} = \frac{35}{55}$$

On en déduit donc : $\boldsymbol{\frac{3}{11} < \frac{2}{5} < \frac{7}{11}}$.

De la même façon : on a : $\frac{11}{7} < \frac{5}{2} < \frac{11}{3}$ (on peut justifier ces inégalités également en utilisant la propriété sur les *inverses* évoquée au paragraphe 4).

On en déduit globalement : $\mathbf{\frac{3}{11} < \frac{2}{5} < \frac{7}{11} < \frac{11}{7} < \frac{5}{2} < \frac{11}{3}}$.

Exercice 4 :

On a l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.
Or, a et b sont deux **réels strictement positifs** tels que $\boldsymbol{a < b}$ donc on en déduit d'une part que $a + b > 0$ et d'autre part que $a - b < 0$.
D'après la règle des signes, on a alors $(a-b)(a+b) < 0$ soit $a^2 - b^2 < 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{a^2 < b^2}$.

Exercice 5 :

1. 0.684 est un nombre strictement positif et strictement inférieur à 1 donc d'après la propriété évoquée dans le paragraphe 4, on en déduit que $\mathbf{0.684^2 > 0.684^3}$.

2. $\frac{6}{5} > 1$ donc $\frac{6}{5} < \left(\frac{6}{5}\right)^2 < \left(\frac{6}{5}\right)^3$ soit : $\mathbf{\frac{6}{5} < \frac{36}{25} < \frac{216}{125}}$.

Exercice 6 : : $A = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ et $B = \sqrt{2\sqrt{6} + 4}$

1. $A^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = \sqrt{3}^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = \mathbf{2\sqrt{6} + 5}$

   $B^2 = \sqrt{2\sqrt{6} + 4}^2 = \mathbf{2\sqrt{6} + 4}$
2. $5 > 4$ donc $2\sqrt{6} + 5 > 2\sqrt{6} + 4$ donc $\boldsymbol{A^2 > B^2}$.
   Comme A et B sont deux nombres strictement positifs, ils sont rangés dans le même ordre que leurs carrés donc $\boldsymbol{A > B}$.

Exercice 7 :
Pour répondre à la question posée, on peut classer les nombres donnés afin de les associer aux différents points de l'axe. En observant ces nombres (rappelés ci-dessous), on remarque qu'ils sont de la même « forme » puisqu'ils sont tous égaux *à l'opposé de l'inverse* d'un nombre (le nombre du dénominateur mis en évidence)

$$\frac{-1}{1}, \frac{-1}{\frac{5}{4}}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{1.5}, \frac{-1}{\frac{1}{2}}, \frac{-1}{3\pi}, \frac{-1}{\frac{5}{8}}, \frac{-1}{2}$$

On va donc procéder en 3 temps.
On commence par s'intéresser aux dénominateurs. On classe ces derniers par ordre croissant :

$$\frac{1}{2} < \frac{5}{8} < 1 < \frac{5}{4} < 1{,}5 < 2 < 6 < 3\pi$$

(Pour la dernière inégalité, on sait que $\pi > 3$ donc $3\pi > 9 > 6$)

Les inverses de chacun de ses nombres positifs sont donc rangés dans le **sens contraire**.

$$\frac{1}{3\pi} < \frac{1}{6} < \frac{1}{2} < \frac{1}{1,5} < \frac{1}{\frac{5}{4}} < \frac{1}{1} < \frac{1}{\frac{5}{8}} < \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

De nouveau, **on change l'ordre**, en prenant **l'opposé** de chacun des nombres précédents :

$$\frac{-1}{\frac{1}{2}} < \frac{-1}{\frac{5}{8}} < \frac{-1}{1} < \frac{-1}{\frac{5}{4}} < \frac{-1}{1.5} < \frac{-1}{2} < \frac{-1}{6} < \frac{-1}{3\pi}$$

On peut maintenant associer chaque nombre à un point de la droite graduée et en déduire que $\boldsymbol{x_B = \frac{-1}{6}}$.

Exercice 8 :

Opérations et explications	Inéquations
	$-4x - 3 > 2x + 9$
On ajoute 3 à chaque membre de l'inégalité	$-4x - 3 + \mathbf{3} > 2x + 9 + \mathbf{3}$
On obtient :	$\boldsymbol{-4x > 2x + 12}$
On enlève 2x à chaque membre de l'inégalité	$-4x \boldsymbol{-2x} > 2x + 12 \boldsymbol{-2x}$
On obtient :	$\boldsymbol{-6x > 12}$
On divise chaque membre de l'inégalité par -6. Or $-6 < 0$ donc on **change le sens de** l'inégalité.	$\boldsymbol{\frac{-6x}{-6} < \frac{12}{-6}}$
On obtient :	$x < -2$

Exercice 9 :

Si on note x le nombre de tirages de photos qu'on souhaite réaliser alors, avec la formule 1, le montant du développement sera de $\mathbf{0.2}\boldsymbol{x}$ et, avec la formule 2, le montant du développement sera de $\mathbf{9 + 0.1}\boldsymbol{x}$.
On souhaite savoir à partir de quelle valeur de x la formule 2 est plus intéressante que la formule 1, c'est-à-dire à partir de quelle valeur de x, le montant du développement avec la formule 2 est inférieur au montant du développement avec la formule 1.
On a donc l'inéquation suivante à résoudre :

$$\boldsymbol{0.2x \geq 9 + 0.1x}$$

On soustrait $0.1x$ à chaque membre de l'inégalité et on obtient :

$$0.1x \geq 9$$

On divise par 0.1 qui est un nombre positif donc cela ne change pas le sens de l'inégalité :
$x \geq \frac{9}{0.1}$ soit, en simplifiant, $\boldsymbol{x \geq 90}$.
C'est donc, **à partir de 90 photos** numériques développées que la formule 2 est plus intéressante que la formule 1.

En complément : on aurait pu résoudre cet exercice de manière graphique. En effet, les montant des développements de photos sont des expressions affines et les fonctions associées sont donc représentées par des droites. Résoudre ce problème revient à rechercher sur quel *intervalle* la droite associée à la formule 1 est située au-dessus de la droite associée à la formule 2.

Exercice 10 :

1.

Inégalités	Intervalles
$-3 \leq x < 5$	$x \in [-3; 5[$
$x \leq 7$	$x \in]-\infty; 7]$
$-6{,}8 < x < 10$	$x \in]-6{,}8; 10[$
$x > 12$	$x \in]12; +\infty[$

2.

Inégalités	Intervalles
$x > -5$	$x \in]-5; +\infty[$
$7{,}8 < x \leq 9$	$x \in]7{,}8 ; 9]$
$x \leq 1$	$x \in]-\infty; 1]$

Exercice 11 :

Résolution de la première inéquation $-3x \leq 5x + 1$

$$-3x - 5x \leq 5x + 1 - 5x$$

$$-8x \leq 1$$

$$x \geq \frac{1}{-8}$$

Division par -8 qui est négatif, ce qui entraine un changement du sens de l'inégalité

Donc, l'ensemble des solutions est : $[\frac{-1}{8}; +\infty[$.

Résolution de la deuxième inéquation $6 + x > 0.9x$

$-0.9x$

$$6 + 0.1x > 0$$

-6

$$0.1x > -6$$

$\div\ 0.1$

$$x > -60$$

Donc l'ensemble des solutions est $]-60; +\infty[$.

Résolution de la troisième inéquation $15 - 4x > -5 + 6x$

$-6x$

$$15 - 10x > -5$$

-15

$$-10x > -20$$

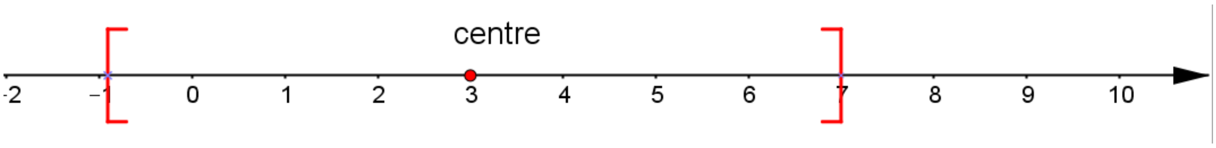
$\div\ (-10)$
(-10) est négatif ce qui entraine un changement du sens de l'inégalité

$$x < 2$$

Donc l'ensemble des solutions est $]-\infty; 2[$.

Exercice 12 :

1.



2. Le centre de l'intervalle $[-1\,;7]$ est $\mathbf{3}$.
L'amplitude de l'intervalle est de $7-(-1)=7+1=8$ et donc chaque point de cet intervalle est à une distance inférieure ou égale à $\frac{8}{2}=4$, du nombre 3.
Donc on a l'équivalence suivante : $x \in [-1;7] \Leftrightarrow \ |\boldsymbol{x}-\mathbf{3}| \leq \mathbf{4}$ **.**

Exercice 13 :

1. Les *longueurs* des côtés doivent être *strictement positives* donc on a les inégalités suivantes : $x+1>0$ soit $\boldsymbol{x}>-\mathbf{1}$ et $2x-2>0$ soit $2x>2$ donc $\boldsymbol{x}>\mathbf{1}$ en divisant par 2 les deux membres de l'inégalité.
Donc, pour satisfaire à ces deux conditions il faut que $\boldsymbol{x}>\mathbf{1}$.

2. <u>Première inégalité triangulaire</u> : $2+x+1>2x-2$
<u>Deuxième inégalité triangulaire</u> : $2+2x-2>x+1$
<u>Troisième inégalité triangulaire</u> : $x+1+2x-2>2$
Transformons la première inégalité :
$3+x>2x-2$ soit $-x+3>-2$ en ôtant $2x$ de chaque côté puis $-x>-5$ et enfin, en divisant par (-1) qui est négatif (donc changement du sens de l'inégalité) on obtient :

$$\boldsymbol{x}<\mathbf{5}$$

Avec la deuxième inégalité, on arrive à : $2\mathrm{x}>\mathrm{x}+1$ soit $\mathbf{x}>\mathbf{1}$
Avec la troisième inégalité, on obtient : $3x-1>2$ donc $3x>3$ soit $\boldsymbol{x}>\mathbf{1}$.
Compte tenu des différentes inégalités obtenues, on en déduit que x doit vérifier : $x>1$ et $x<5$ donc $\boldsymbol{x} \in]\mathbf{1};\mathbf{5}[$.

Exercice 14 :

1. $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}+\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}})=a^3+\cancel{a^2b}+\cancel{ab^2}-\cancel{ba^2}-\cancel{ab^2}-b^3=\boldsymbol{a}^{\mathbf{3}}-\boldsymbol{b}^{\mathbf{3}}$.

2. Soient a et b deux nombres strictement négatifs.
Le signe du produit ab est positif d'après la règle des signes. De plus, en tant que carrés, a^2 et b^2 sont positifs. Alors le signe du facteur (a^2+ab+b^2) est positif.
Alors, le signe de a^3-b^3 est le même que le signe de $a-b$.
Et donc :

$$\boldsymbol{a}<\boldsymbol{b} \Leftrightarrow a-b<0 \Leftrightarrow a^3-b^3<0 \Leftrightarrow \boldsymbol{a}^{\mathbf{3}}<\boldsymbol{b}^{\mathbf{3}}$$

Et si on jouait ?
Corrigé

A2 : Si $x > 0$ alors c'est à partir de $x = \mathbf{1}$ que $x^2 \geq x$.(vu en paragraphe 3)
A8 : Borne supérieure de l'encadrement de $\frac{\sqrt{2}+7}{2}$ par deux entiers consécutifs.

$1 < \sqrt{2} < 2$ donc $1 + 7 < \sqrt{2} + 7 < 2 + 7$ soit $8 < \sqrt{2} + 7 < 9$ donc $4 < \frac{(\sqrt{2}+7)}{2} < 4.5 < 5$
Donc en A8, on place le nombre **5**.

B6 : numéro de la réponse à l'exercice 1. **1**

B7 : réponse à l'exercice 7. **6**

C1 : On recherche parmi les nombres 4, 3, 6 et 1 celui vérifiant l'inégalité $|x - 8| < 4$.
- Si $x = 4$ alors $|x - 8| = |4 - 8| = |-4| = 4$. Or 4 n'est pas strictement inférieur à 4 donc 4 n'est pas solution.
- Si $x = 8$ alors $|x - 8| = |3 - 8| = |-5| = 5$. Or 5 n'est pas strictement inférieur à 4 donc 3 n'est pas solution.
- Si $x = 6$ alors $|x - 8| = |6 - 8| = 2$. Et, 2 est bien strictement inférieur à 4 donc **6** est solution.
- Si $x = 1$ alors $|x - 8| = |1 - 8| = 7$. Or, 7 n'est pas strictement inférieur à 4 donc 1 n'est pas solution.

D2 : réponse à la question 1 de l'exercice 5. **3**

D5 : $\left|\frac{-7-5}{3}\right| = \left|\frac{-12}{3}\right| = |-4| = \mathbf{4}$

F8 : Solution entière commune aux deux inéquations $3x - 9 > 12$ et $-x + 6 > -3$.

$3x - 9 > 12 \iff 3x > 21 \iff \boldsymbol{x > 7}$ et $-x + 6 > -3 \iff -x > -9 \iff \boldsymbol{x < 9}$
(changement du sens de l'inégalité car division par (-1) qui est négatif)
Le seul entier compris strictement entre 7 et 9 est le nombre **8**.

G9 : centre de l'intervalle $[-2 ; 12]$. (ou plus petite solution trouvée à l'exercice 2)

$$\frac{-2 + 12}{2} = \mathbf{5}$$

H4 : Borne inférieure dans l'encadrement de $\pi - 2$ par deux entiers consécutifs.
$3 < \pi < 4$ donc $\mathbf{1} < \pi - 2 < 2$

I1 : Amplitude (taille) de l'intervalle décrit par l'ensemble des x tels que $|x - 6| \leq 4.5$.
(ou plus grande solution trouvée à l'exercice 2)

Amplitude de l'intervalle = $2 \times 4.5 = \mathbf{9}$ (4.5 de chaque côté du centre 6 de l'intervalle)

A ce stade, nous avons prérempli la grille de sudoku.

Cela nous donne :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			6						9
2	1	7		3		2	6		4
3		4		9	1			5	
4	8					7		1	6
5	7		5	4		1	8		3
6	6	1		8					5
7		6			9	5		7	
8	5		7	2		8		6	1
9	9						5		

Grille entièrement complétée en suivant les règles du sudoku :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	5	6	7	8	4	1	3	9
2	1	7	9	3	5	2	6	8	4
3	3	4	8	9	1	6	2	5	7
4	8	9	3	5	2	7	4	1	6
5	7	2	5	4	6	1	8	9	3
6	6	1	4	8	3	9	7	2	5
7	4	6	2	1	9	5	3	7	8
8	5	3	7	2	4	8	9	6	1
9	9	8	1	6	7	3	5	4	2

Exercice n°1

1)

Étapes	S	Condition vérifiée ?
Avant la boucle	3	oui
1er passage	1,5*3 = 4,5	oui
2e passage	1,5*4,5 = 6,75	oui
3e passage	1,5*6,75 = 10,125	**non**
4e passage		

2) g() prendra donc la valeur 10,125.

Exercice n°2

1) Pour *lancer1*, on simule le lancer des deux dés à l'aide des lignes 2 et 3, puis on fait la somme. Pour *lancer2*, randint(2,12) permet d'obtenir directement un entier aléatoire compris entre 2 et 12 inclus.
2) La simulation réalisée sur tableur permet de confirmer que les sommes obtenues en additionnant les résultats des deux dés ne sont pas équiprobables. En effet toutes les sommes entre 2 et 12 n'ont pas la même probabilité d'apparition.
La fonction *lancer2* ne permet donc pas de simuler correctement l'expérience étudiée.

Exercice 3

1)

N	3	3	3	3
i		1	2	3
S	2	2+1 = 3	3+2 = 5	5+3 = 8

2)

```
def h(N):
    S=2
    for i in range(1,N+1):
        S = S+i
    return S
```

On vérifie que l'appel de la fonction h avec l'argument 3 vaut bien 8.

Exercice 4

1) Parce qu'il s'agit ici d'un test d'égalité. On teste si la variable i qui parcourt la chaîne de caractères utilisée lors de l'appel de la fonction a pour valeur la chaine de caractère 'x'.
2) On vérifie que l'appel de cette fonction avec la chaine de caractères 'hiboux' vaut bien 1.

Un défi

```
def sequence(n):
    mot = str(n)
    triple = 0
    for i in range(len(mot)-2):
        if mot[i]=='1' and mot[i+1]=='1' and mot[i+2]=='1':
            triple = 1
    return triple==1


def tripleun():
    compteur = 0
    for i in range(100001):
        if sequence(i)==True:
            compteur = compteur + 1
    return compteur
```

On obtient 280 nombres entiers compris entre 0 et 100 000 qui s'écrivent avec la séquence '111'.

Exercice 5

1) La fonction de() :

```
from random import*
def de():
    return randint(1,6)
```

2) La fonction jeu()

```
def jeu():
    tortue = 0 # la tortue est sur la case départ
    lievre = 0 # le lièvre est sur la case départ
    while tortue<12 and lievre<12: #tant que le lièvre et la tortue n'ont pas atteint la case arrivée
        if de()!=6:
            tortue = tortue + 1 # la tortue avance de 1 si elle obtient 1,2,3,4 ou 5.
        if tortue < 12 and de()==6: #teste si la tortue n'est pas déjà arrivée et si le lievre obtient un 6.
            lievre = lievre + 6 # le lièvre avance de 6 si c'est le cas
    if tortue > lievre:
        return "tortue"
    else:
        return "lievre"
```

3) La fonction jeu2(n)

```
def jeu2(n):
    compteur = 0
    for i in range(n):
        if jeu() == "lievre":
            compteur = compteur + 1
    return compteur/n
```

4) Il semble que plus le nombre de parties augmente, plus la fréquence de victoires du lièvre se stabilise autour de la valeur 0,67.

Bilan

1) L'appel de la fonction f avec l'argument 5 vaut 5x5+2 = 27.

2) On considère la fonction suivante :

a) L'instruction conditionnelle permet de tester si le reste de la division euclidienne de n par 2 est égal à 0 ou pas, c'est-à-dire si n est pair ou non.
b) Cette fonction renvoie un booléen qui permet de savoir si le nombre n utilisé en argument est pair ou impair.

3) Le mot bonjour sera affiché 4 fois.

4) L'appel de la fonction division avec l'argument 7 vaut 3.

Exercice 1

Le secteur vert occupant la moitié du disque, il y a une chance sur deux de tomber dessus. Il reste un quart de disque de couleur orange et un autre quart de couleur beige.

Issues	vert	orange	beige
Probabilités	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Exercice 2

$F = \{ B, B, \boxed{B_{(1)}}, \boxed{B_{(2)}} \}$; $G = \{ B, C, B, C, \boxed{B_{(1)}}, \boxed{B_{(2)}} \}$;

$\bar{F} = \{ A_{(1)}, A_{(2)}, C, C, \boxed{A} \}$

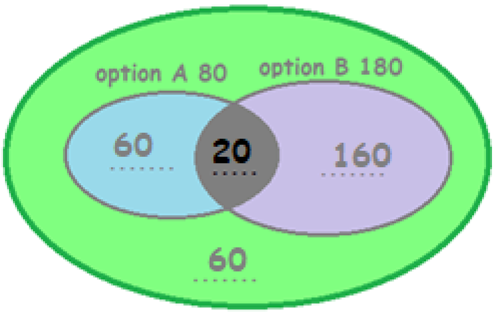
$E \cap G = \{ \boxed{B_{(1)}}, \boxed{B_{(2)}} \}$; $G \cup E = \{ B, C, B, C, \boxed{A}, \boxed{B_{(1)}}, \boxed{B_{(2)}} \}$

Exercice 3

1. Traduire avec des phrases
   - $A \cap B$: « obtenir pile au premier **ET** au deuxième lancer »
   - $\bar{C}$: « **Ne jamais** obtenir face » ce qui peut se traduire par « obtenir pile aux trois lancers »
   - $A \cup D$: « obtenir pile au premier lancer **ou** face au troisième lancer »
2. Notations :
   - « Obtenir pile au premier lancer et face au troisième lancer » se note $A \cap D$.
   - « Obtenir face au deuxième lancer » se note $\bar{B}$.
   - « Obtenir exactement trois fois pile » se note $\bar{C}$ (comme dit à la première question)
   - « Obtenir pile au deuxième et au troisième lancer » se note $B \cap \bar{D}$.

Exercice 4

1. 80 élèves ont choisi l'option A, et parmi ces élèves, il y en a 20 qui ont aussi choisi l'option B donc il y a 80 – 20 = 60 élèves qui n'ont choisi **que** l'option A. De même, il y a 180 – 20 = 160 élèves qui n'ont choisi **que** l'option B.
Donc, en tout, il y a 60 + 20 + 160 = 240 élèves qui ont choisi l'option A ou l'option B (voire les deux). Comme il y a 300 élèves en tout, il reste 300 – 240 = 60 élèves qui n'ont pas choisi d'option.



2. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité car le choix est effectué au hasard.
   a) P(A)=$\frac{80}{300}$=$\frac{4}{15}$

   b) P(A ∩ B)=$\frac{20}{300} = \frac{1}{15}$

   c) $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \frac{240}{300} = \frac{4}{5}$

3. $\mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B}) = \frac{80}{300} + \frac{180}{300} = \frac{260}{300} = \frac{13}{15}$: on ne retrouve pas le résultat précédent car, avec ce calcul, on a compté deux fois les élèves suivant les deux options.

Exercice 5

1. 40% des 50 membres sont des femmes soit $\frac{40}{100} \times 50 = 20$
2.

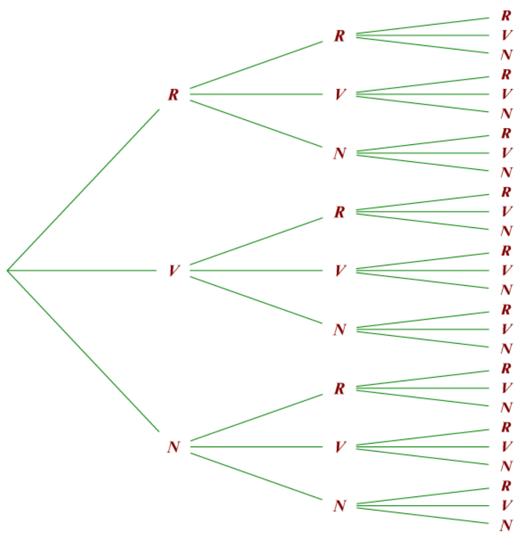
	Judo J	Natation N	Cyclisme C	Total
Homme H	12	8	10	30
Femme $\overline{\mathrm{H}}$	7	8	5	20
Total	19	16	15	50

3. Comme le choix se fait au hasard, nous sommes dans une situation d'équiprobabilité et donc on a :

   $P(H) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$;
   $P(\overline{H} \cap N) = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$;
   $P(J \cup H) = \frac{7+12+8+10}{50} = \frac{37}{50}$

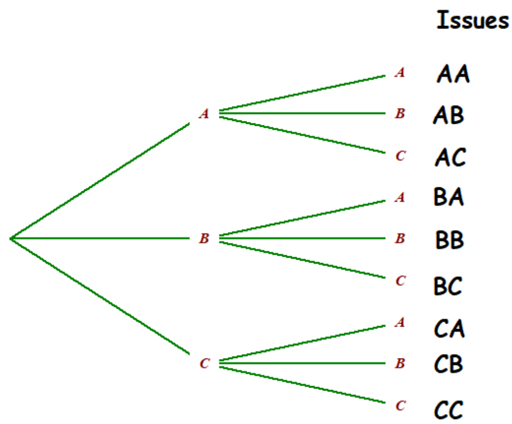
Exercice 6

Cette expérience est une succession de trois épreuves identiques. Une représentation appropriée est l'arbre ci-contre. On dénombre sur celui-ci les issues réalisant l'événement dont on cherche à déterminer la probabilité (chemins dans l'arbre).



1. D'après cet arbre, il y a $3 \times 3 \times 3 = 27$ mots possibles, tous équiprobables.
2. La probabilité du mot VNR est $\frac{1}{27}$.
3. La probabilité que le mot possède la lettre V en deuxième position est $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$.
4. La probabilité que le mot contienne la lettre R est $\frac{19}{27}$.

Exercice 7



Le code étant tapé au hasard, nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

Donc $P(V) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ et $P(L) = \frac{4}{9}$

Exercice 8

1.

	Sphérique S	Equilibrée E	Baroque B	Total
Argentée A	**9**	**21**	**30**	**60**
Noire N	**7**	**23**	**10**	**40**
Total	**16**	**44**	**40**	100

<u>Explications :</u>

- $\frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\%$ des perles sont baroques donc $100 - 44 - 40 = 16$ sont sphériques.
- 15% des perles argentées sont sphériques soit $\frac{15}{100} \times 60 = 9$ donc $16 - 9 = 7$ perles sont noires et sphériques.
- La moitié des perles argentées sont baroques soit la moitié de 60% donc 30%.

2.

a) D'après le tableau, $P(B) = \mathbf{0,40}$

b) Toujours d'après le tableau, $P(N \cap E) = \mathbf{0,23}$

c) $P(A \cup S) = P(A) + P(S) - P(A \cap S) = 0{,}60 + 0{,}16 - 0{,}09 = \mathbf{0,67}$. Donc la probabilité de tirer une pierre sphérique **ou** une pierre argentée est de 0,67.

3.

a) Le prix d'un collier avec une perle **baroque noire** est **130 €**, celui avec une perle **baroque argentée** est **220 €**. Le prix d'un collier avec une perle **équilibrée noire** est de 130 € + 50 € = **180 €** et celui d'un collier avec une perle **équilibrée argentée** est de 220 € + 50 € = **270 €**. Le prix d'un collier avec une perle **sphérique noire** est de 130 € + 90 € = **220 €** et celui d'un collier avec une perle **sphérique argentée** est de 220 € + 90 € = **310 €**. Donc les différents prix de colliers sont **130 €, 220 €, 180 € ,270 € et 310 €.**

b)

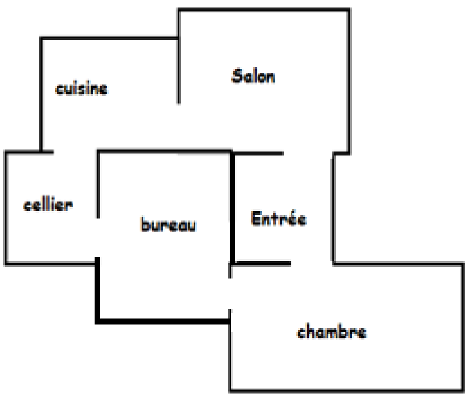
Prix (en €)	130	180	220	270	310
Probabilité	0,10	0,23	0,37	0,21	0,09

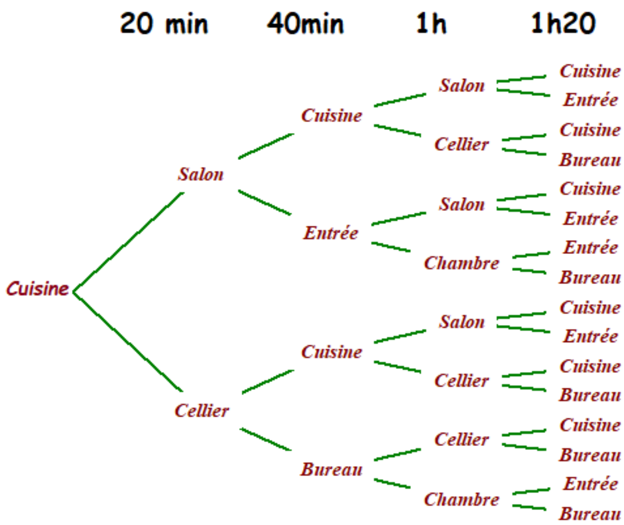
<u>Explications :</u>

- La probabilité que le prix du collier soit de 130 € est la probabilité de choisir un collier avec une perle baroque noire, soit $P(B \cap N) = 0{,}10$.
- De même pour les autres prix, en dehors du prix de 220 € qu'on obtient avec des colliers portant une perle baroque argentée ou une perle sphérique noire soit $P(B \cap A) + P(S \cap N) = 0{,}30 + 0{,}07$= 0,37.
- On vérifie que $0{,}10 + 0{,}23 + 0{,}37 + 0{,}21 + 0{,}09 = 1$.

c) D'après le tableau précédent, les trois prix supérieurs à 200 € sont 220 €, 270 € et 310 €. D'où la probabilité recherchée qui vaut 0,37 + 0,21 + 0,09 = **0,67**.

Exercice 9





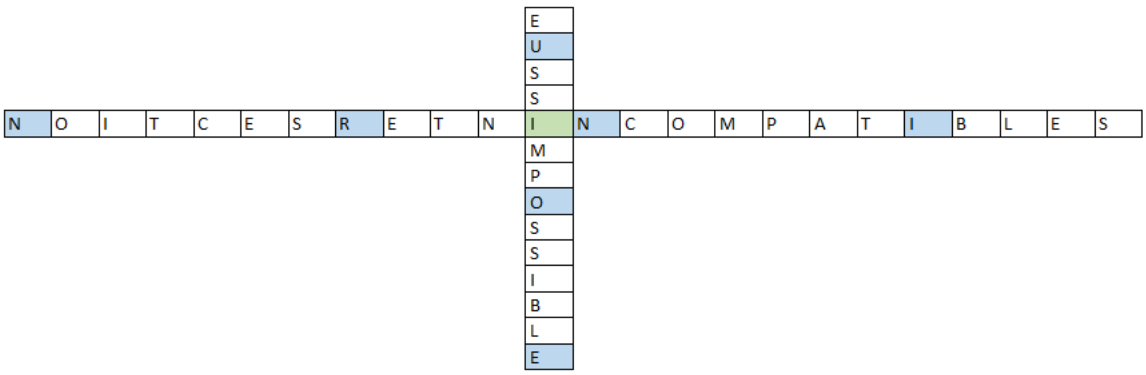
Comme le déplacement du robot d'une pièce vers une des deux autres pièces accessible est aléatoire, nous sommes dans une situation d'équiprobabilité et d'après l'arbre, il y a donc 16 parcours équiprobables pendant l'heure et demie d'autonomie.
On a donc les résultats suivants :

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \quad ; \quad P(B) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \quad ; \quad P(C) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}}$$

« Défi » : En étudiant l'arbe, on constate qu'à 9h30, la pièce dans laquelle se trouve le robot avec la plus grande probabilité est la cuisine et cette probabilité de 3/8 est inférieure à 0,5. Les arbres que nous pourrions construire en partant d'une autre pièce donneraient, par analogie, des probabilités d'atteindre la cuisine inférieure à 0,5. On en déduit qu'on ne pourra pas faire revenir l'aspirateur dans la cuisine avec une probabilité supérieure à 0,5, quelque soit la pièce de départ.

Et si on jouait ?

- Evénement dont la probabilité est nulle : **impossible**
- Ensemble des éléments appartenant simultanément à deux événements : **intersection**
- Se dit d'événements n'ayant pas d'éléments communs : **incompatibles**
- Résultat d'une expérience aléatoire : **issue**



Avec les lettres situées dans les cases bleues, on peut former le mot **« réunion »**.

Corrigés

Automatismes :

1. Que penser de l’affirmation : $3x^2 + 2y + 5 = 0$ est une équation cartésienne d’une droite ?
La présence du terme en x^2 fait qu’il ne peut pas s’agir d’une équation cartésienne de droite.

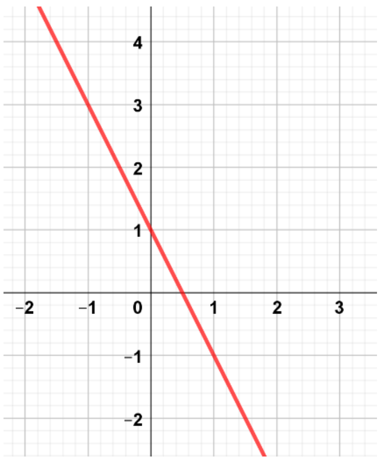
2. Lequel des points proposés est bien situé sur la droite d’équation $3x + 2y - 5 = 0$?
On vérifie facilement que pour $x = 1$ et $y = 1$, l’équation est vérifiée.
En effet, $3 \times 1 + 2 \times 1 - 5 = 0$.
Donc il s’agit du point E.

3. Les équations $2x + y - 2 = 0$ et $-6x - 3y + 6 = 0$ correspondent à la même droite ?
Oui, elles passent toutes les deux par les points $(1 ; 0)$ et $(0 ; 2)$.
Or par deux points, il ne peut passer qu’une et une seule droite.
Ce sont donc les mêmes droites.
On peut aussi tout simplement constater qu’il suffit de multiplier par -3 chacun des coefficients de la première droite.

4. Les droites d’équation $y = 3x + 1$ et $-3x + 2y + 4 = 0$ sont-elles parallèles ?
Les deux équations réduites sont : $y = 3x + 1$ et $y = 1{,}5x - 2$.
Les deux droites n’ont donc pas le même coefficient directeur et ne sont donc pas parallèles.

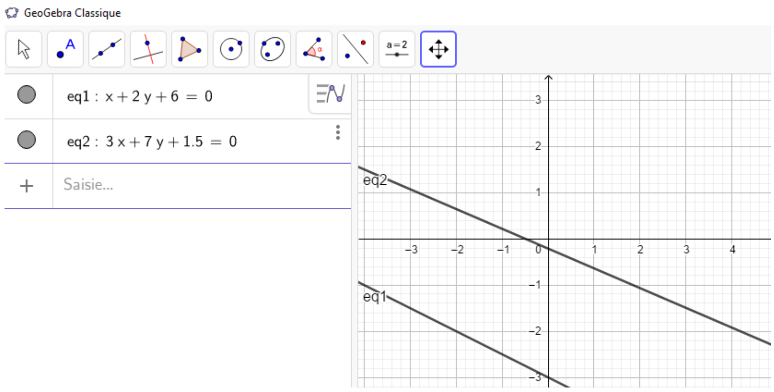
5. Le coefficient directeur de la droite d’équation $4x - 2y + 1 = 0$:
L’équation réduite est $y = 2x + 0{,}5$
Le coefficient directeur est 2

6. Par lecture graphique, quelle est la valeur du coefficient directeur de la droite ainsi tracée :



Le coefficient directeur est -2.

7. Les droites ainsi tracées sont-elles parallèles ?



Les 2 équations réduites sont : $y = -0{,}5x - 3$ et $y = -\frac{3}{7}x - \frac{3}{14}$,
Les coefficients directeurs étant différents, les droites ne sont pas parallèles.

8. Le couple (1 ;1) vérifie-t-il simultanément les 2 équations proposées :
$3x + 2y = 5$ et $y = 2x - 3$?

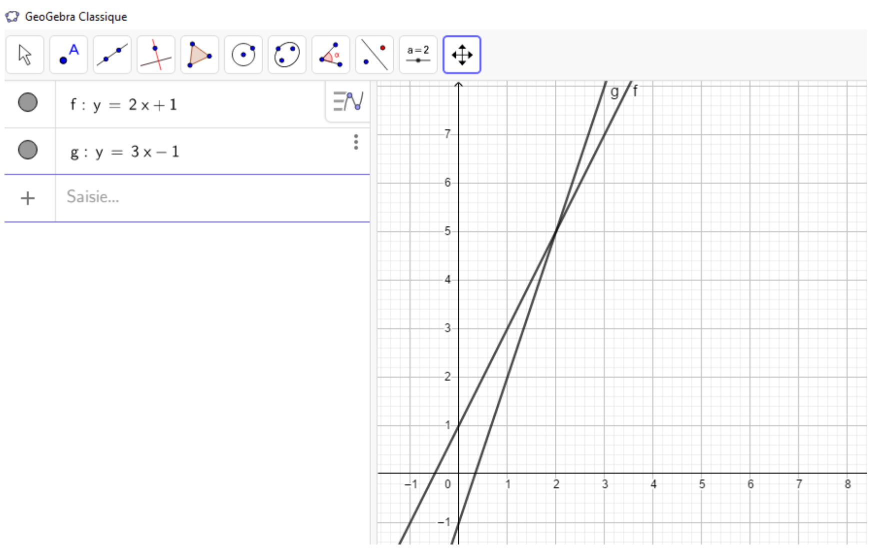
$3 \times 1 + 2 \times 1 = 3 + 2 = 5$ mais $2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1$
Donc la deuxième équation n'est pas vérifiée.

9. Dans un repère orthonormé, on donne la droite d'équation (d) : $3x - 2y - 1 = 0$.
Un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\binom{4}{6}$ est-il colinéaire aux vecteurs directeurs de la droite (d) ?

A partir de $3x - 2y - 1 = 0$, on obtient que cette droite est dirigée par le vecteur $\binom{2}{3}$.
Le vecteur $\vec{u}$ lui est colinéaire (ses coordonnées sont proportionnelles).
Le vecteur $\vec{u}$ est donc bien colinéaire à tout vecteur directeur de la droite (d).
10. Les droites d'équation $x = 3$ et $y = -x + 2$:
Il s'agit d'une droite verticale et d'une droite oblique. Elles sont donc sécantes.
L'abscisse de l'intersection étant 3, il s'agit du point $(3 ; -1)$.

Exercice 1 :

1. Représenter dans un repère orthonormé les droites d'équations : $y = 2x + 1$ *et* $y = 3x - 1$.



2. Lire graphiquement les coordonnées du point d'intersection I.

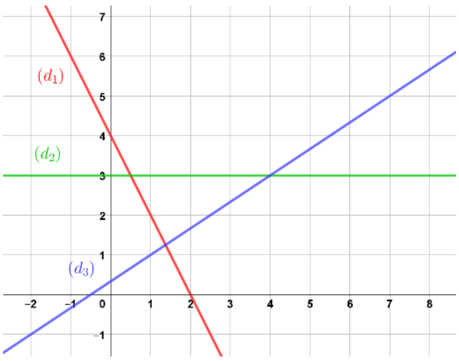
On a $I(2\,;5)$.

3. Par le calcul, vérifier que le point I appartient bien aux deux droites.

$2x_I + 1 = 2 \times 2 + 1 = 5 = y_I$ Donc I est sur la première droite.
$3x_I - 1 = 3 \times 2 - 1 = 5 = y_I$ Donc I est sur la seconde droite.

Exercice n°2 :

Pour chacune des droites représentées, déterminer graphiquement son équation réduite :



$(d1) : y \ = \ -2x + 4$

$(d2) : y \ = \ 3$

$(d3) : y \ = \ \frac{2}{3}x \ + \ \frac{1}{3}$

En effet, on lit le coefficient directeur de $\frac{2}{3}$. L'équation cherchée est de la forme

$y \ = \ \frac{2}{3}x + p$ et comme le point $(1\,;1)$ est sur la droite, on a $1 \ = \ \frac{2}{3} \ + \ p$, d'où $p \ = \ \frac{1}{3}$.

Exercice n°3 :

Dans un repère orthonormé, on donne 3 points : $E(3\,;4)$, $F(3,-6)$ et $G(3{,}5\,;-6)$.

1. Déterminer l'équation réduite de la droite (EG).

On calcule le coefficient directeur : $\frac{-6-4}{3{,}5-3} \ = \frac{-10}{0{,}5} \ = \ -20$
A ce stade : $y \ = \ -20x + p$
Comme E est sur la droite alors ses coordonnées vérifient son équation
$-20 \times 3 + p = 4$ donc $-60 \ + \ p = 4$ et $p \ = \ 64$.
Finalement : $y \ = \ -20x + 64$.

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (EF).

Les points E et F ayant la même abscisse, (EF) est une droite verticale d'équation $x = 3$.

3. Déterminer l'équation réduite de la droite (FG).

Les points F et G ayant la même ordonnée, il s'agit d'une droite horizontale d'équation $y = -6$.

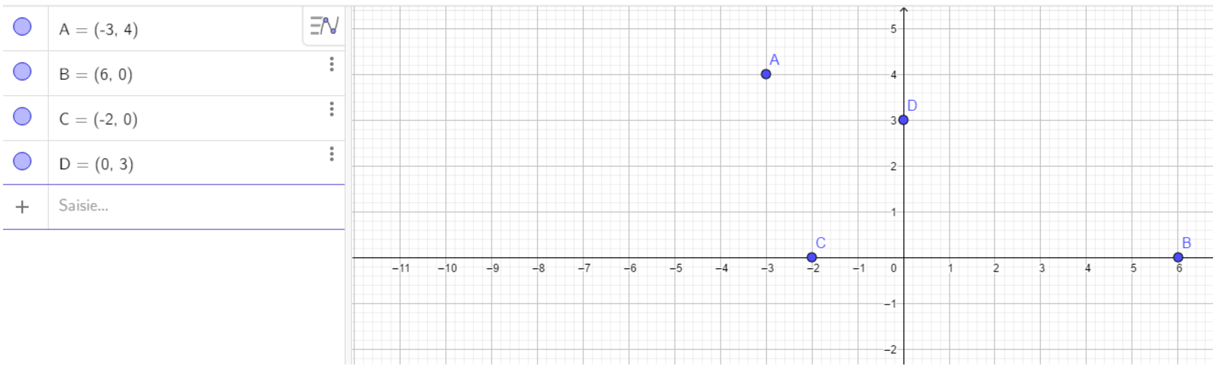
Exercice n°4 :

On considère, dans un repère orthonormé les points

$A(-3\,;\,4)$, $B(6\,;\,0)$, $C(-2\,;\,0)$ et $D(0\,;3)$.

1. Placer les points A, B, C et D.

Le point D est-il un point de la droite (AB) ? Justifier.



Le coefficient directeur de la droite (AB) est $\frac{0-4}{6-(-3)} = \frac{-4}{9}$

L'équation de la droite (AB) est de la forme $y = \frac{-4}{9}x + p$

B étant sur la droite (AB) alors ses coordonnées vérifient son équation :

$\frac{-4}{9} \times 6 + p = 0$ d'où $p = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$.

Finalement, l'équation est : $y = -\frac{4}{9}x + \frac{8}{3}$.

Une autre méthode est possible avec la notion de vecteurs colinéaires

Le point D appartient à la droite si et seulement si ses coordonnées vérifient son équation.

Or,

$-\frac{4}{9}x_D + \frac{8}{3} = -\frac{4}{9} \times 0 + \frac{8}{3} = \frac{8}{3} \neq y_D$ Donc D n'appartient pas à la droite (AB).

2. La parallèle à la droite (AC) passant par D coupe la droite (BC) en E.

a. Déterminer une équation de la droite (DE).

Le coefficient directeur de (AC) est -4, donc le coefficient directeur de (DE) est -4 et l'ordonnée à l'origine correspond à l'ordonnée de D, c'est-à-dire 3.

D'où : $y = -4x + 3$.

b. Déterminer une équation de la droite (CB).

La droite (CB) correspond à l'axe des abscisses : $y = 0$

Exercice n°5 :

Dans un repère orthonormé, on donne les points $E(3292\,;\ 4758)$ et $F(3779\,;\ 5231)$.

1. Les points E et F peuvent-ils se situer sur une même droite verticale ? Justifier.

Non car leurs abscisses sont différentes.

2. Déterminer le coefficient directeur de la droite (EF).

Le coefficient directeur est : $\frac{5231-4758}{3779-3292} = \frac{473}{487}$.

3. La droite (EF) est-elle parallèle à la droite (d) d'équation $y - 5x - 1 = 0$?

Le coefficient directeur de (d) est : $5 \neq \frac{473}{487}$ donc les droites ne sont pas parallèles.

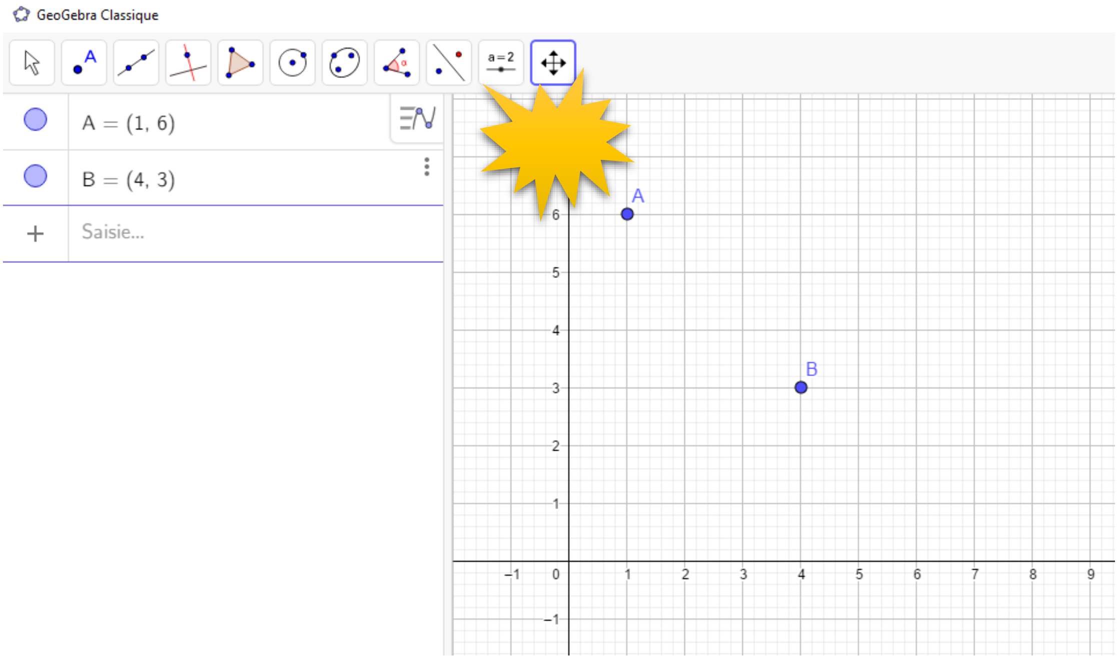
4. Le point G a pour ordonnée 2 et se situe sur la droite (d). Quelle est son abscisse ?

On a : $2 - 5x - 1 = 0$ donc $x = \frac{1}{5}$.

Ainsi $G\left(\frac{1}{5}; 2\right)$.

Exercice n°6 :

A partir de la capture d'écran suivante, un élève affirme que la droite (AB) a pour ordonnée à l'origine 7.



Comment vérifier cette affirmation **par le calcul** ?

Calculons le coefficient directeur de (AB) : $\frac{3-6}{4-1}$ = -1

La droite (AB) a une équation de la forme $y = -x + p$.

Comme A appartient à la droite :

$y_A = -x_A + p$, soit $6 = -1 + p$ d'où $p = 7$.

L'ordonnée à l'origine est donc bien 7.

Défi :

Principe de la démarche :

Pour l'équation $5x - 27y = 1$, à chaque valeur de x entière, la valeur de y est égale à $(5x - 1)/27$, donc pour chaque valeur de x, il suffit de vérifier que $(5x - 1)/27$ est entier, donc que le reste de la division euclidienne de $5x - 1$ par 27 est 0.

Un algorithme possible est proposé ci-dessous.

défi.py

```python
def droite(n):
    x=0
    compteur=0
    while compteur<n:
        if (5*x-1)%27==0:
            compteur=compteur+1
            x=x+1
        else:
            x=x+1
    return (x-1,(5*(x-1)-1)/27)
```

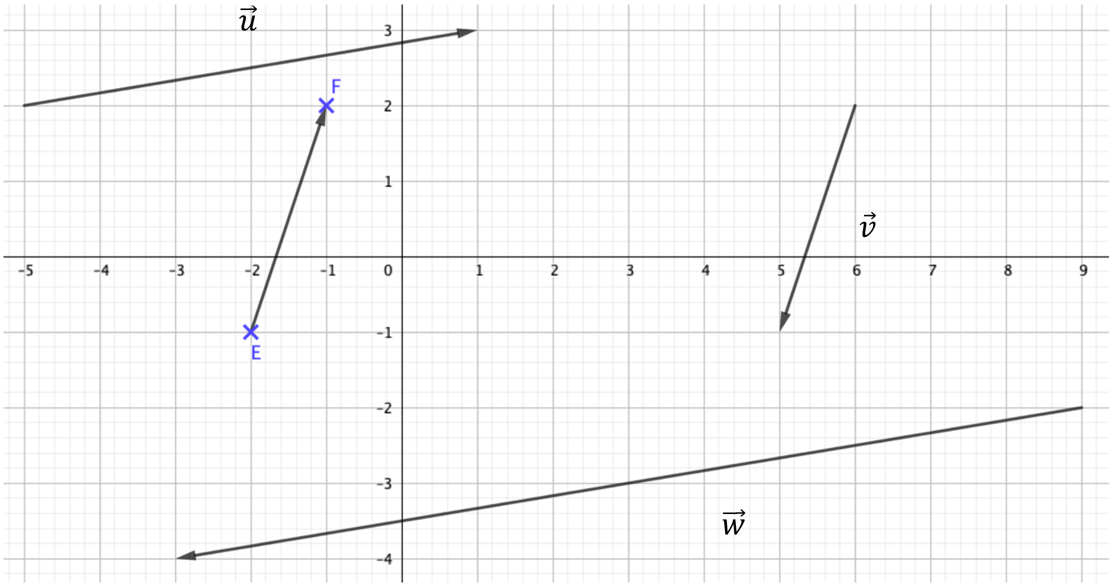
Shell

```
>>> droite(1)
(11, 2.0)
>>> droite(2)
(38, 7.0)
>>> droite(20)
(524, 97.0)
```

Le vingtième couple est (524 ; 97).

Corrigés

Exercice n°1 :



1) a) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}, \vec{w}\begin{pmatrix}-12\\-2\end{pmatrix}$.
   b) $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont deux vecteurs colinéaires car $\vec{w} = -2\vec{u}$.
   Ils n'ont pas le même sens $(k < 0)$.
2) a) $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.
   b) $-3\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\-9\end{pmatrix}$.
3) $\vec{s}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}3\\-12\end{pmatrix}$. $\vec{t} = -3\vec{s}$ donc $\vec{s}$ et $\vec{t}$ sont colinéaires.
4) $\vec{m}\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\0{,}8\end{pmatrix}$. On a : $\det(\vec{m}\,;\vec{n}) = 7 \times 0{,}8 - 2 \times 3 = 5{,}6 - 6 = -0{,}4$.

Exercice n°2 :

On a $A(4\,;\,-2), B(-2\,;1)$ et $C(-1\,;6)$. Soit D le point de coordonnées $(x_D\,;y_D)$ tel que $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-4\\1-(-2)\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}$ $\quad 3\,\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-18\\9\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-(-1)\\y_D-6\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D+1\\y_D-6\end{pmatrix}$

Donc $\begin{cases}x_D+1=-18\\y_D-6=9\end{cases}$ $\quad\begin{cases}x_D=-19\\y_D=15\end{cases}$ $\quad$ donc $D(-19\,;15)$

Exercice n°3 :

1) a) $\det(\vec{u};\vec{v}) = 3 \times (-1) - 4 \times 2 = -3 - 8 = -11 \neq 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

b) $\det(\vec{u};\vec{v}) = -1 \times (-4) - 3 \times \frac{4}{3} = 4 - 4 = 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

c) $\det(\vec{u};\vec{v}) = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) - (-1) \times (-4) = \sqrt{5}^2 - 1^2 - 4 = 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

2) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1+x\\2x\end{pmatrix}$. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u};\vec{v}) = 0$.

$\det(\vec{u};\vec{v}) = 2 \times 2x - 3(1+x) = 4x - (3+3x) = 4x - 3 - 3x = x - 3$

$\det(\vec{u};\vec{v}) = 0$ si et seulement si $x - 3 = 0$ si et seulement si $x = 3$.

Donc Sofia a raison. Un tel réel existe : $x = 3$.

Exercice n°4 :

1) On a $K(2\,;\,-5), L(8\,;3)$ et $M(-10\,;11)$.

$\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}-12\\16\end{pmatrix}$. $\det(\overrightarrow{KL};\overrightarrow{KM}) = 6 \times 16 - 8 \times (-12) = 96 + 96 = 192 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ ne sont pas colinéaires. Les points K, L et M ne sont pas alignés.

2) $A(5\,;\,8), B(-3\,;7), C(-2\,;-1), D(22\,;2)$

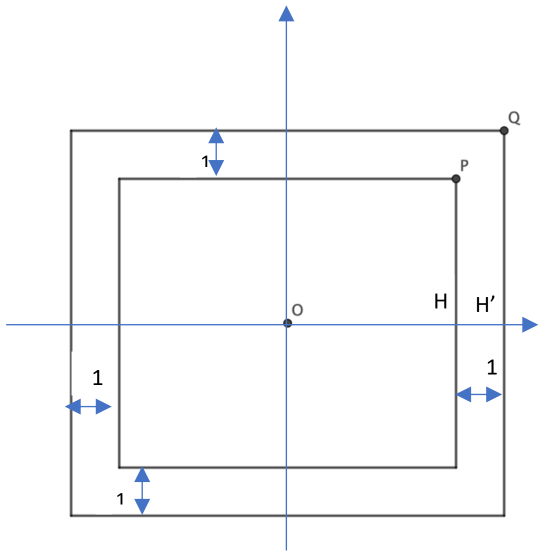
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-8\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}24\\3\end{pmatrix}$.

On remarque que $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont donc colinéaires. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice n°5 :

```
def align(xA, yA, xB, yB, xC, yC):
   x = xB − xA
   y = yB − yA
   x' = xC − xA
   y' = yC − yA
   d = x × y' − y × x'
   if d == 0 :
      return « vrai »
   else :
      return «faux »
```



<u>Exercice n°6 à prise d'initiative :</u>
La figure est composée de deux rectangles de centre O. Le grand rectangle a pour longueur $9cm$ et pour largeur $8cm$.

Les points O, P, Q sont-ils alignés ?
Proposer si possible plusieurs démonstrations.

<u>1ère démonstration :</u>
On munit le plan d'un repère orthonormé d'unité 1 cm et d'origine O, comme ci-contre.
On a alors $O(0; 0)$, $P(3{,}5; 3)$ et $Q(4{,}5; 4)$
$\overrightarrow{OP}\begin{pmatrix}3{,}5\\3\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{OQ}\begin{pmatrix}4{,}5\\4\end{pmatrix}$
$\det\left(\overrightarrow{OP};\ \overrightarrow{OQ}\right) = 3{,}5 \times 4 - 3 \times 4{,}5 = 14 - 13{,}5 = 0{,}5 \neq 0$
Les vecteurs $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{OQ}$ ne sont pas colinéaires. Les points O, P et Q ne sont donc pas alignés.

<u>2ème démonstration :</u>
On pourrait faire des calculs d'angles dans les 2 triangles rectangles OHP et $OH'Q$ ayant pour hypoténuse $[OP]$ et $[OQ]$.

Calcul des angles :

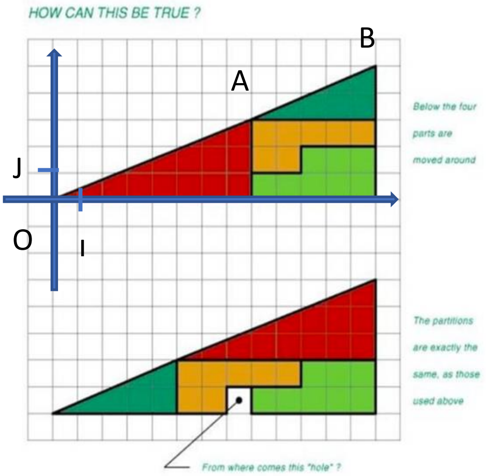
Dans le triangle OHP rectangle en H, $\tan(\widehat{HOP}) = \frac{HP}{OH} = \frac{3}{3{,}5}$ D'après la calculatrice, on obtient : $\widehat{HOP} \approx 40{,}6°$	Dans le triangle $OH'Q$ rectangle en H', $\tan(\widehat{H'OQ}) = \frac{H'Q}{OH'} = \frac{4}{4{,}5}$ D'après la calculatrice, on obtient : $\widehat{H'OQ} \approx 41{,}6°$

Les angles $\widehat{HOP}$ et $\widehat{H'OQ}$ sont différents. Les points O, P, Q ne sont donc pas alignés.

<u>Remarque</u> : la première démonstration est plus rapide, plus simple et ne repose que sur des valeurs exactes. On peut donc remarquer à quel point la géométrie dans un repère, appelée la géométrie repérée peut être efficace !

Et si on jouait ?

Paradoxe de Lewis Carroll.



1) Les pièces du puzzle ont été déplacées. Elles occupent toujours un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 13 unités et 5 unités mais un petit « trou » est apparu.

2) On a : $O(0\,;0), A(8\,;3), B(13\,;5)$.

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}13\\5\end{pmatrix}$

$\det\left(\overrightarrow{OA};\ \overrightarrow{OB}\right) = 5 \times 8 - 3 \times 13 = 1 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ ne sont pas colinéaires.

Les points A, O et B de la première figure ne sont donc pas alignés.

C'est la raison pour laquelle un petit « trou » apparaît dans la deuxième figure.

<u>Remarque</u> : dans la deuxième figure, les points ne sont pas alignés non plus…

Correction des exercices

Exercice 1

Erreur

x	-4		5		3
Variations de f	-1	↗	4	↘	2

Les valeurs dans la $1^{\text{ère}}$ ligne ne sont pas rangées dans l'ordre croissant. Il aurait fallu mettre -4 puis 3 puis 5 sur la première ligne.

x	-3		1		4		10
Variations de f	0	↗	-4	↘	-1	↗	5

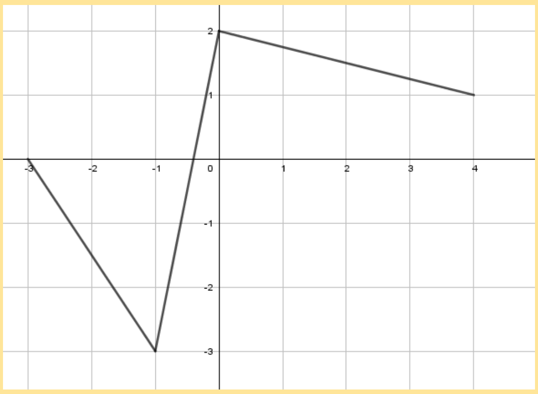
Erreur

f est strictement croissante sur l'intervalle [-3 ; 1] donc $f(-3) < f(1)$.
Ce qui n'est pas la cas ici puisque $f(-3) = 0$ et $f(1) = -4$.

Exercice 2

x	-1		0		2		3
Variations de f	-3	↗	1	↘	-3	↗	1

Exercice 3



<u>Exercice 4</u>

1) **<u>C'est faux</u>**, $f(-3) = 1$.
2) **<u>C'est vrai</u>**.
3) **<u>C'est faux</u>** le minimum de f sur [-3 ; 4] est -4.
4) 0 est le maximum de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4] (c'est un *maximum local*).
   Et donc par définition du maximum d'une fonction sur un intervalle, $f(x) \leq 0$.
   <u>C'est donc vrai.</u>

Soit x_0 un nombre réel de [a ; b].
$f(x_0)$ est le maximum de f sur [a ; b],
lorsque pour tout nombre réel x de [a ; b],
$f(x) \leq f(x_0)$.

0 est un *<u>maximum local</u>*.
C'est le maximum de f sur [0 ; 4].

Le maximum de f sur [-3 ; 4] est égal à 1,
il est atteint pour x = -3.

<u>Exercice 4 :</u>

5) Par définition, une fonction monotone sur [a ; b] est soit croissante, soit décroissante sur [a ; b].
   Donc, **<u>c'est faux</u>** puisque sur [-3 ; 2] la fonction f change de variations :
   Elle est décroissante sur l'intervalle [-3 ; 0] puis croissante sur l'intervalle [0 ;2].

6)

x	-3	0	2	4
Variations de f	1 ↘	-4 ↗	0 ↘	-3

$f(x)$ varie de 1 à -4
donc passe par 0.

$f(2) = 0$ donc **<u>2 est solution de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle [0 ;4].</u>**

<u>Donc sur l'intervalle [-3 ; 0], l'équation $f(x) = 0$ admet une solution.</u>

Finalement sur l'intervalle [-3 ; 4], l'équation $f(x) = 0$ admet **deux** solutions.
<u>C'est faux.</u>

7) La fonction f est décroissante sur l'intervalle [-3 ; 0] donc f « renverse l'ordre » sur cet intervalle.
-2 et -0,75 sont deux nombres de l'intervalle [-3 ; 0] tels que -2 < -0,75.
f « renversant l'ordre » sur l'intervalle [-3 ; 0] on alors : $f(-2) \geq f(-0{,}75)$.
C'est vrai.

8) La fonction f est croissante sur l'intervalle [0 ; 2] donc f « conserve l'ordre » sur cet intervalle.
1 et 2 sont deux nombres de l'intervalle [0 ; 2] tels que 1 < 2 .
f « conservant l'ordre » sur l'intervalle [0 ; 2] on alors : $f(1) \leq f(2)$.
C'est vrai.

Exercice 5 :
-2 et 4 sont deux nombres réels de l'intervalle [-3 ; 5] tels que : -2 < 4
f est décroissante sur [-3 ; 5] et donc par définition $f(-2) \geq f(4)$ et non $f(-2) < f(4)$.
C'est donc faux.

Correction du défi

1) Si M est en E, alors $x = 0$
Si M est en T , alors x est la distance parcourue depuis le point E et donc dans ce cas $x = 6 + 8 = 14$
Et donc **D_f = [0 ; 14].**

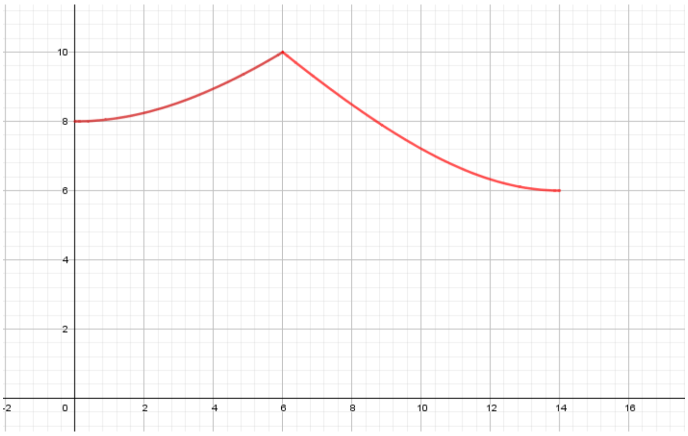
2) Si $x = 0$, alors M est en E et $f(0) = RE = 8$; donc **$f(0) = 8$.**
3) Si $x = 6$, alors M est en C et $f(6) = RC$.
Le triangle REC est rectangle en E et d'après le théorème de Pythagore :
$$RC^2 = RE^2 + EC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$
$$\text{donc } RC = \sqrt{100} = 10$$
Finalement **$f(6) = 10$.**
4) Par observation de la figure, lorsque M se déplace de E vers C, donc lorsque $x \in [0 ; 6]$, la distance RM augmente et donc f est croissante sur l'intervalle [0 ; 6].

Par observation de la figure, lorsque M se déplace de C vers T, donc lorsque $x \in [6 ; 14]$, la distance RM diminue et donc f est décroissante sur l'intervalle [6 ; 14].

Et si M est en T, donc pour $x = 14$, $RM = RT = 6$. Donc $f(14) = 6$.
Avec ces renseignements et ceux des questions précédentes, on peut alors dresser le tableau de variations complet de la fonction f :

x	0	6	14
Variations de f	8 ↗	10	↘ 6

Pour information, la courbe représentative de la fonction f est :



Correction des questions pour voir si on a bien compris

<u>Situation 1</u>

x	-4	-2	1	3	9
Variations de h	5 ↘	-7 ↗	2 ↘	-2 ↗	2

<u>Situation 2</u>

1) **<u>C'est vrai</u>**

2) **<u>C'est faux</u>**.

$f(0)$ est compris entre -1 et 2, donc ne peut pas être égal à -5.

On a par contre $f(-5) = 0$, si vous avez répondu vrai, c'est peut-être que vous avez confondu image et antécédent.

0

x	-5	-4	$\sqrt{2}$	4
Variations de f	0 ↗	2 ↘	-1 ↗	2

$f(0)$

3) La fonction *f* est strictement décroissante sur l'intervalle $[-4\,;\sqrt{2}]$ et comme $[-4\,;0]\subset[-4\,;\sqrt{2}]$ alors la fonction *f* est, a fortiori, aussi strictement décroissante sur [-4 ; 0].

<u>C'est vrai.</u>

$\subset$
« inclus dans »
« contenu dans »

4) La fonction *f* change de variations sur [-4 ; 4] (elle est d'abord décroissante sur l'intervalle $[-4\,;\sqrt{2}]$ puis croissante sur l'intervalle $[\sqrt{2}\,;4]$). Donc *f* n'est pas monotone sur [-4 ; 4].

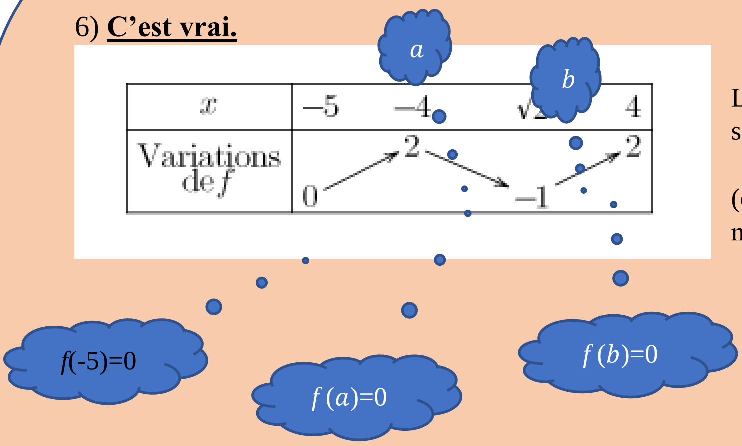
<u>C'est faux.</u>

5) **<u>C'est faux .</u>**

x	-5		-4		$\sqrt{2}$		4
Variations de f	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2

Le minimum
de *f* sur
[-5 ; 4] est -1.

6) **<u>C'est vrai.</u>**

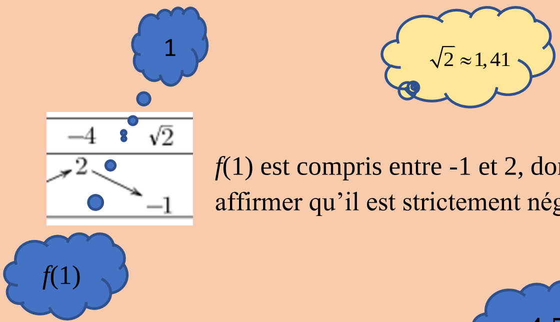


L'équation $f(x) = 0$ admet exactement trois solutions qui sont :

-5 , a et b.

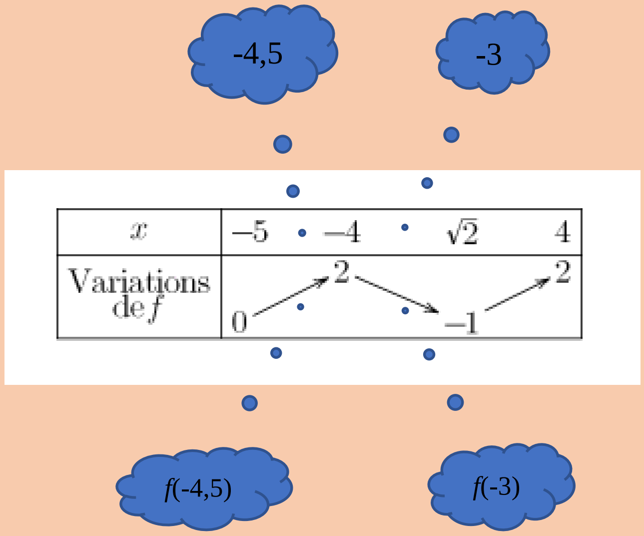
(on ne peut pas donner les valeurs de a et b par manque d'informations dans ce tableau).

7) **<u>On ne peut pas conclure.</u>**



$f(1)$ est compris entre -1 et 2, donc il peut être négatif ou positif. On ne peut donc pas affirmer qu'il est strictement négatif.

8) **<u>On ne peut pas conclure.</u>**



$f(-4{,}5)$ est compris entre 0 et 2 ; $f(-3)$ est compris entre -1 et 2.
On ne peut pas comparer $f(-4{,}5)$ et $f(-3)$. Il n'est pas impossible que $f(-4{,}5) < f(-3)$ mais les indications dans le tableau ne nous permettent pas de conclure.

9) **<u>C'est faux.</u>**

La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-1 ; \sqrt{2}]$ et croissante sur l'intervalle $[\sqrt{2} ; 2]$.
Donc f change de variations sur l'intervalle $[-1 ; 2]$.

10) **<u>C'est vrai.</u>**

f est strictement décroissante sur l'intervalle $[-4 ; \sqrt{2}]$ donc « renverse l'ordre » sur $[-4 ; \sqrt{2}]$.

$-4 \in [-4 ; \sqrt{2}]$ et $0 \in [-4 ; \sqrt{2}]$.

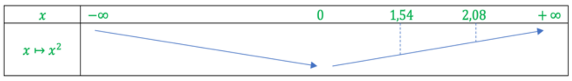
$-4 < 0$ et comme f « renverse l'ordre » sur $[-4 ; \sqrt{2}]$, $f(-4) > f(0)$ et donc, a fortiori, $f(-4) \geq f(0)$.

Corrigés

Exercice 1

1) **Comparer lorsque c'est possible, sans calculatrice, et en justifiant :**

a) $1,54^2$ et $2,08^2$

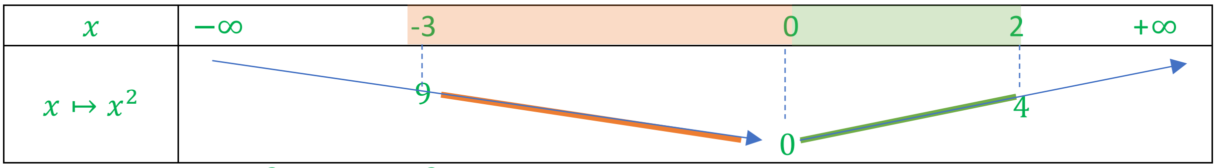


1,54 et 2,08 appartiennent à l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et

$$1,54 < 2,08$$

Or la fonction carré est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.
Donc $1,54^2 < 2,08^2$

Remarque : en cas de besoin, vous trouverez dans le cahier de soutien une fiche concernant les variations de fonctions.

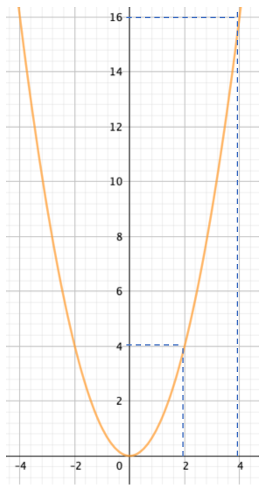


b) $(-0,96)^2$ et $(-0,8)^2$

$-0,96$ et $-0,8$ appartiennent à l'intervalle $]-\infty\,;0]$ et $-0,96 < -0,8$
Or la fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0]$
Donc $(-0,96)^2 > (-0,8)^2$

c) $0,2^2$ et $(-0,3)^2$

$-0,3 \in]-\infty; 0]$ mais $0,2 \in [0\,;+\infty[$ donc on ne peut pas utiliser directement les variations de la fonction carré pour conclure.
On ne peut comparer avec cette méthode que les images de deux nombres appartenant à un intervalle sur lequel la fonction est monotone.
Mais grâce à la parité de la fonction carré, on a $(-0,3)^2 = 0,3^2$. On peut donc raisonner sur $[0\,;+\infty[$.
0,3 et 0,2 appartiennent à l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et $0,3 > 0,2$
Or la fonction carré est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$
Donc $0,3^2 > 0,2^2$
Et donc $(-0,3)^2 > 0,2^2$



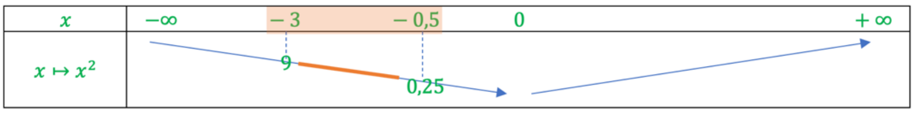
2) **a) À l'aide de la courbe de la fonction carré, donner un encadrement de x^2 pour tout réel x tel que $2 \leq x \leq 4$.**
Comment peut-on justifier ce résultat ?

Sur $[2\,;4]$, la fonction carré est croissante.
Donc $2^2 \leq x^2 \leq 4^2$ soit $4 \leq x^2 \leq 16$.

b) En suivant la même démarche, donner un encadrement de x^2

i) pour tout réel x tel que $-3 \leq x \leq -0,5$

Sur $[-3\,;-0,5]$, la fonction carré est décroissante.
$-3 \leq x \leq -0,5$
donc $(-3)^2 \geq x^2 \geq (-0,5)^2$
soit $9 \geq x^2 \geq 0,25$

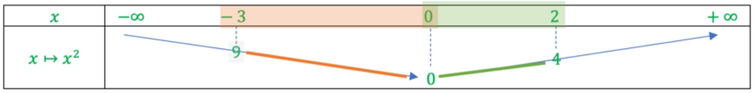


ii) pour tout réel x tel que $-3 \leq x \leq 2$.

On sépare cet intervalle pour raisonner sur des intervalles où la fonction carré est monotone, donc sur $[-3\,;0]$ et sur $[0\,;2]$.

- Sur $[-3\,;0]$, la fonction carré est décroissante.

$-3 \leq x \leq 0$
donc $(-3)^2 \geq x^2 \geq 0$
soit $0 \leq x^2 \leq 9$



- Sur $[0\,;2]$, la fonction carré est croissante.

$0 \leq x \leq 2$
donc $0^2 \leq x^2 \leq 2^2$
soit $0 \leq x^2 \leq 4$

- Au final, sur l'intervalle $[-3\,;2]$, $0 \leq x^2 \leq 9$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, donner le meilleur encadrement possible de $\sqrt{x}$ en justifiant :

a) $0 \leq x \leq 4$

Sur $[0\,;4]$, la fonction racine carrée est croissante.
$0 \leq x \leq 4$
donc $\sqrt{0} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{4}$ et $0 \leq \sqrt{x} \leq 2$

b) $9 \leq x \leq 25$

Sur $[9\,;25]$, la fonction racine carrée est croissante.
$9 \leq x \leq 25$
donc $\sqrt{9} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{25}$ et $3 \leq \sqrt{x} \leq 5$

c) $0,25 \leq x \leq 6,25$

Sur $[0,25\,;6,25]$, la fonction racine carrée est croissante.
$0,25 \leq x \leq 6,25$
Donc $\sqrt{0,25} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{6,25}$ et $0,5 \leq \sqrt{x} \leq 2,5$

d) $\frac{1}{100} \leq x \leq 1$

Sur $\left[\frac{1}{100}\,;1\right]$, la fonction racine carrée est croissante.
$$\frac{1}{100} \leq x \leq 1$$
Donc $\sqrt{\frac{1}{100}} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{1}$ et $\frac{1}{10} \leq \sqrt{x} \leq 1$

Exercice 3

Madame Bricolo doit réaliser un cube en bois en hêtre d'une masse inférieure ou égale à 75 g. Son côté doit être un nombre entier de centimètres.
Sachant que la masse volumique du hêtre est de $800\,\frac{kg}{m^3}$, déterminer la longueur maximale de l'arête du cube.

- Calculons le volume de hêtre correspondant à une masse de $75\ g$ soit $0{,}075\ kg$.

$800kg$	$1m^3$
$0{,}075kg$	v

$v = \frac{0{,}075\times 1}{800} = 0{,}00009375\ m^3$

Donc le volume de hêtre correspondant à une masse de $75g$ est $0{,}00009375\ m^3$ soit $93{,}75\ cm^3$.

- Soit x la longueur de l'arête du cube. On doit donc avoir $x^3 \leq 93{,}75$.

Or $4^3 = 64$ et $5^3 = 125$ donc $x \leq 4$.
La longueur maximale en centimètres du côté de l'arête est donc $4\ cm$.

x	$-\infty$	0	4		5	$+\infty$
x^3			64	$93{,}75$	125	

Exercice 4

Clara affirme que l'inverse d'un nombre positif non nul est toujours plus grand que l'inverse de son carré. Qu'en pensez-vous ?

Soit x un nombre réel non nul.

L'inverse de x est $\dfrac{1}{x}$.

Le carré de x est x^2 et l'inverse du carré de x est donc $\dfrac{1}{x^2}$.

Méthode 1

Pour $x = 0{,}5$ on a $\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{0{,}5} = 2$ et $\dfrac{1}{x^2} = \dfrac{1}{0{,}5^2} = \dfrac{1}{0{,}25} = 4$.

Ainsi, pour cette valeur de x, $\dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{x^2}$.

On a trouvé un **contrexemple** donc l'affirmation de Clara est fausse.

Méthode 2

On va résoudre l'inéquation $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{x^2}$.

Pour tout réel x, on a $x^2 \geq 0$. Or x est non nul d'après l'énoncé donc $x^2 > 0$.
En multipliant les deux membres de l'inéquation par x^2, positif, on ne change pas le sens de l'inégalité et on obtient :

$$\frac{1}{x}\times x^2 > \frac{1}{x^2}\times x^2 \Leftrightarrow x > 1$$

Autrement dit l'inverse d'un nombre positif non nul est toujours plus grand que l'inverse de son carré si, et seulement si, ce nombre est strictement plus grand que 1.
L'affirmation de Clara n'est donc pas vraie pour tout réel positif x non nul.
L'affirmation de Clara est donc fausse.

Exercice 5

L'aire d'un rectangle est égale à 300 mm². Sa longueur L (en mm) vérifie $22 < L < 23$.
Donner un encadrement de sa largeur l en mm.

L'aire d'un rectangle est donnée par la formule $L \times l$.
On a donc $L \times l = 300$ soit $l = \frac{300}{L}$.
Or comme $22 < L < 23$ et comme la fonction inverse est décroissante sur $]0\,;+\infty[$, on a $\frac{1}{22} > \frac{1}{L} > \frac{1}{23}$
En multipliant chaque membre par le nombre positif 300, on a $\frac{300}{22} > \frac{300}{L} > \frac{300}{23}$.
Donc $\frac{300}{22} > l > \frac{300}{23}$ soit $\frac{300}{23} < l < \frac{300}{22}$

Exercice 6

1) La fonction **comp** à deux arguments entiers *n* et *m*, compare x^n et x^m pour une valeur *x* choisie au hasard dans l'intervalle [0 ; 1] et renvoie un booléen (True si $x^n \geq x^m$ et False sinon).

2) On utilise un résultat du cours sur la comparaison des fonctions $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$ sur [0 ; +∞[, à savoir :

Pour tout nombre réel x de l'intervalle [0 : 1], $x \geq x^2 \geq x3$.

a) avec *n* = 1 et *m* = 2 ; sur [0 ; 1], $x1 = x \geq x^2$, la valeur du booléen est True.

b) avec *n* = 1 et *m* = 3, sur [0 ; 1], $x \geq x^3$, la valeur du booléen est True.

c) avec *n* = 3 et *m* = 2,

● pour $x = 0$ ou $x = 1$, $x = x^3$ et donc, *a fortiori*, $x \geq x^3$ et la valeur du booléen sera True.

● pour x dans l'intervalle] 0 ; 1[, $x^3 < x^2$, la valeur du booléen sera donc False si x est différent de 0 et de 1.

Exercice n°7: Résoudre l'inéquation : $x(x^2 - 1) > x^2(x - 1)$

$x(x^2 - 1) > x^2(x - 1)$

$\Leftrightarrow x^3 - x > x^3 - x^2 \quad$ *on a développé*

$\Leftrightarrow x^3 - x - x^3 > -x^2 \quad$ *on a "passé" le x^3 dans le membre de gauche*

$\Leftrightarrow -x > -x^2 \quad$ *on a simplifié*

$\Leftrightarrow x < x^2 \quad$ *on a multiplié par $-1 < 0$, on a changé le sens de l'inégalité*

$\Leftrightarrow x > 1 \quad$ *ou* $\quad x < 0 \quad$ *on a utilisé un résultat du cours*

$x < x^2$ sur $[0 ; +\infty[$ si et seulement si $x > 1$

$x < x^2$ sur $]-\infty ; 0[$

« une valeur strictement négative est toujours strictement plus petite qu'une valeur strictement positive »

Et donc l'ensemble des solutions est $]-\infty ; 0[\cup]1 ; +\infty[$.

Correction du défi 1

1) Le volume d'un pavé droit de dimensions L, l et h est $L \times l \times h$.
   Ici $L = x$ et $l = x$ (en cm)
   1L vaut 1000 cm^3, on a alors $x \times x \times h = x^2 \times h = 1000$.
   D'où $h = \dfrac{1000}{x^2}$ (en cm)

2) D'après l'énoncé on a $7 \leq x \leq 7{,}3$.

Tout d'abord • En s'inspirant de l'exercice 1, $7^2 \leq x^2 \leq 7{,}3^2$ d'où $49 \leq x^2 \leq 53{,}29$

• En s'inspirant de l'exercice 6, $\dfrac{1}{49} \geq \dfrac{1}{x^2} \geq \dfrac{1}{53,29}$

Ensuite, en multipliant chacun des membres de la double inégalité par 1000, on ne change pas le sens des inégalités car 1000 > 0 et on obtient alors :

$$\frac{1000}{49} \geq \frac{1000}{x^2} \geq \frac{1000}{53,29} \quad \text{et donc} \quad \frac{1000}{49} \geq h \geq \frac{1000}{53,29} \quad \text{ou encore} \quad \frac{1000}{53,29} \leq h \leq \frac{1000}{49}.$$

avec $\frac{1000}{53,9} \approx 18{,}765$ et $\frac{1000}{49} \approx 20{,}408$.

<u>Correction du défi 2</u>

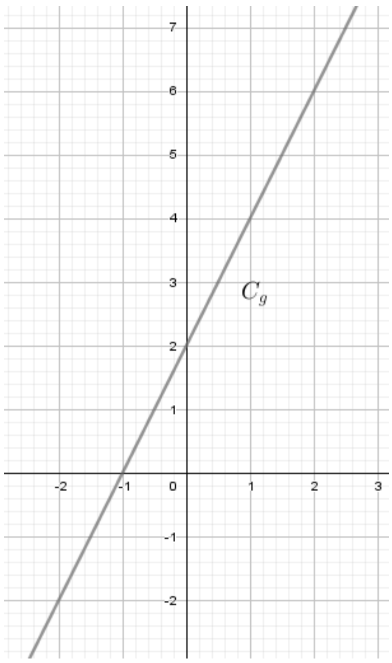
Pour tout réel x positif, on a :

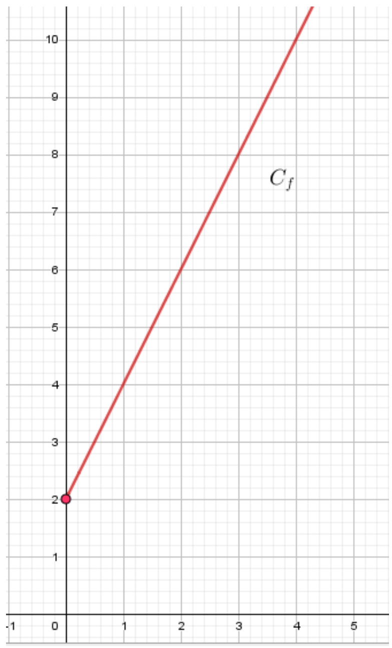
$$\left(\sqrt{x}+1\right)^2=\sqrt{x}^2+2\times\sqrt{x}\times1+1^2=x+2\sqrt{x}+1$$

$$\left(\sqrt{x}-1\right)^2=\sqrt{x}^2-2\times\sqrt{x}\times1+1^2=x-2\sqrt{x}+1$$

(a+b)²=a²+2ab+b²
(a-b)²=a²-2ab+b²

Et donc $f(x)$ = $x+2\sqrt{x}+1+x-2\sqrt{x}+1=2x+2$.





La fonction g définie sur **R** par $g(x) = 2x + 2$ est une fonction affine.
Sa représentation graphique est une droite.

La représentation graphique de la fonction f définie sur [0 ; +∞[par $f(x) = 2x + 2$ est donc bien une demi-droite.