



## RÉSOLUTION DE PROBLÈMES - Version Guidée

### Rappels utiles :

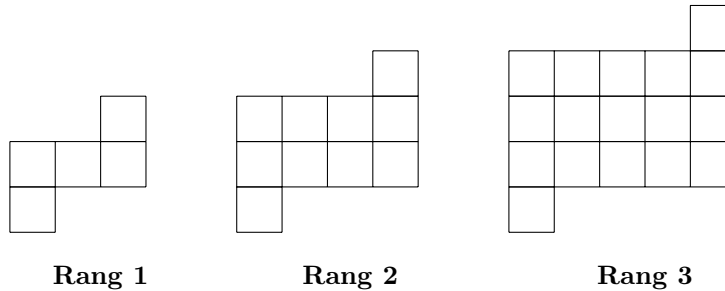
$$(a + b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(a - b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(a + b)(a - b) = \underline{\hspace{2cm}}$$

### Exercice 1

Avec des petits carrés tous identiques, on construit un pattern selon le modèle évolutif ci-dessous.



1. Comptez le nombre de petits carrés dans chaque rang :

— Rang 1 : \_\_\_\_\_ carrés

— Rang 2 : \_\_\_\_\_ carrés

— Rang 3 : \_\_\_\_\_ carrés

2. **Méthode 1** : On peut voir la figure comme un "grand" carré moins deux rectangles.

3. **Méthode 2** : On peut voir un "grand" rectangle et deux petits carrés

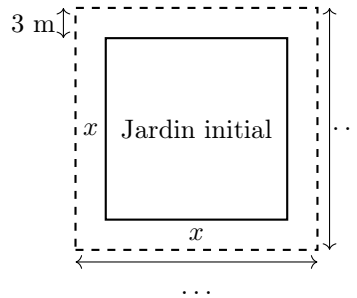
4. **Méthode 3** : On peut voir un "moyen" carré et deux rectangles

5. Développez vos trois expressions et vérifiez qu'elles sont égales.

## Exercice 2

Un jardinier possède un terrain carré de côté  $x$  mètres. Il décide d'agrandir son jardin en ajoutant une bande de 3 mètres de large tout autour du terrain initial.

1. Sur le schéma ci-dessous, complétez les dimensions manquantes :



2. Le jardinier affirme : « L'aire que j'ai ajoutée est exactement égale à 6 fois le périmètre de mon jardin initial plus  $36 \text{ m}^2$  ». Pour vérifier cela répondait aux questions suivantes :

- (a) Calculez l'aire du jardin initial : Aire initiale = \_\_\_\_\_
- (b) Calculez l'aire du jardin agrandi (avec la bande) :  
— Le côté du jardin agrandi mesure : \_\_\_\_\_  
— Donc l'aire du jardin agrandi = \_\_\_\_\_
- (c) L'aire ajoutée est la différence : Aire ajoutée = \_\_\_\_\_
- (d) Développez cette expression en utilisant  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  :  
Aire ajoutée = \_\_\_\_\_
- (e) Le périmètre du jardin initial est :  $P = 4x$   
Calculez  $6P + 36$  : \_\_\_\_\_
- (f) Le jardinier a-t-il raison ? \_\_\_\_\_

3. Pour le voisin avec un jardin de dimensions  $x$  par  $(x + 6)$ . Il souhaite lui aussi ajouter une bande de 3 mètres tout autour.

- Aire initiale du voisin : \_\_\_\_\_
- Dimensions du jardin agrandi : \_\_\_\_\_ par \_\_\_\_\_
- Aire du jardin agrandi : \_\_\_\_\_
- Aire ajoutée par le voisin : \_\_\_\_\_
- Développez et comparez avec l'aire ajoutée par le jardinier. Que constatez-vous ?

4. Pour que l'aire agrandie soit le double de l'aire initiale :

- Écrivez l'équation :  $(x + 6)^2 = 2 \times$  \_\_\_\_\_
- Développez : \_\_\_\_\_
- Simplifiez : \_\_\_\_\_
- Résolvez :  $x =$  \_\_\_\_\_

### Exercice 3

Léa remarque quelque chose d'étonnant en jouant avec les nombres :

$$3 \times 5 = 15 \quad \text{et} \quad 4^2 = 16 \quad \rightarrow \quad \text{différence de 1}$$

$$5 \times 7 = 35 \quad \text{et} \quad 6^2 = 36 \quad \rightarrow \quad \text{différence de 1}$$

1. Testez avec  $7 \times 9$  et  $8^2$  :

—  $7 \times 9 =$  \_\_\_\_\_

—  $8^2 =$  \_\_\_\_\_

— Différence : \_\_\_\_\_

2. Compléter la conjecture suivante :

*« Il semble que quand on multiplie deux nombres impairs consécutifs, on obtient toujours un nombre qui est ... .. de 1 au carré du nombre ... .. qui se trouve ... .. »*

3. Pour prouver que cette conjecture est toujours vraie, on appelle  $n$  un nombre pair quelconque.

— Le nombre impair juste avant  $n$  est : \_\_\_\_\_

— Le nombre impair juste après  $n$  est : \_\_\_\_\_

— Le produit des deux impairs est :  $(n - 1) \times$  \_\_\_\_\_

— Utilisez  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$  pour développer : \_\_\_\_\_

— Le carré du nombre pair est : \_\_\_\_\_

— La différence est : \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

4. Tom dit : « Le produit de deux nombres pairs consécutifs est toujours inférieur de 2 au carré du nombre impair entre eux. »

Son exemple :  $2 \times 4 = 8$  et  $3^2 = 9$  donne une différence de \_\_\_\_\_, pas 2!

Tom s'est trompé dans : \_\_\_\_\_

5. Testons la version corrigée : « Le produit de deux pairs consécutifs est inférieur de \_\_\_\_\_ au carré de l'impair entre eux. »

Avec  $n$  impair quelconque :

— Pair avant  $n$  : \_\_\_\_\_

— Pair après  $n$  : \_\_\_\_\_

— Produit :  $(n - 1)(n + 1) =$  \_\_\_\_\_

— Carré de l'impair :  $n^2$

— Différence : \_\_\_\_\_

6. **Généralisation** : Si deux nombres diffèrent de 2 :

— Soit  $n$  un nombre, l'autre est  $n + 2$

— Produit :  $n(n + 2) =$  \_\_\_\_\_

— Nombre du milieu :  $n + 1$ , son carré :  $(n + 1)^2 =$  \_\_\_\_\_

— Différence : \_\_\_\_\_

Si deux nombres diffèrent de 3, trouvez la règle en suivant la même démarche.

---

---

#### Exercice 4

Un magicien propose le tour suivant :

- Choisissez un nombre  $n$
- Ajoutez 5 : \_\_\_\_\_
- Mettez au carré : \_\_\_\_\_
- Prenez  $n$ , enlevez 5 : \_\_\_\_\_
- Mettez au carré : \_\_\_\_\_
- Faites la différence : \_\_\_\_\_
- Divisez par 10 : \_\_\_\_\_

1. Testez avec  $n = 7$  : résultat final = \_\_\_\_\_  
Testez avec  $n = 12$  : résultat final = \_\_\_\_\_  
Que remarquez-vous ? \_\_\_\_\_

2. Pour comprendre le secret, développons avec  $n$  quelconque :

- $(n + 5)^2 =$  \_\_\_\_\_
- $(n - 5)^2 =$  \_\_\_\_\_
- Différence : \_\_\_\_\_
- Après division par 10 : \_\_\_\_\_

Le secret du magicien : \_\_\_\_\_

3. Si on ajoute et soustrait 7 au lieu de 5 :

- $(n + 7)^2 - (n - 7)^2 =$  \_\_\_\_\_
- Pour retrouver  $n$ , on divise par : \_\_\_\_\_

4. Créez votre tour en choisissant un nombre à ajouter/soustraire : \_\_\_\_\_

Je propose le tour suivant :

- Choisissez un nombre  $n$
- Ajoutez \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_
- Mettez au carré : \_\_\_\_\_
- Prenez  $n$ , enlevez \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_
- Mettez au carré : \_\_\_\_\_
- Faites la différence : \_\_\_\_\_
- Divisez par \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_

### Exercice 5

Effectuez les calculs suivants :

$$2^2 - 1^2 = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$3^2 - 2^2 = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$4^2 - 3^2 = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$5^2 - 4^2 = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$10^2 - 9^2 = \underline{\hspace{2cm}} =$$

1. Que constatez-vous ? Conjecture à compléter : Il semble que la différence entre les carrés de deux entiers consécutifs est égale à  $\underline{\hspace{2cm}}$
  2. Pour le prouver, on note  $n$  et  $n + 1$  deux entiers consécutifs :
    - $(n + 1)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
    - $(n + 1)^2 - n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
    - Après simplification :  $\underline{\hspace{2cm}}$
  3. Écrivez la propriété prouvée :  $\underline{\hspace{2cm}}$
- 

4. Pour écrire 15 comme différence de carrés :

— On cherche  $n$  tel que  $2n + 1 = 15$

— Donc  $n = \underline{\hspace{2cm}}$

—  $15 = \underline{\hspace{2cm}}^2 - \underline{\hspace{2cm}}^2$

5. Pour écrire 57 comme différence de carrés :

— On cherche  $n$  tel que  $\underline{\hspace{2cm}} = 57$

— Donc  $n = \underline{\hspace{2cm}}$

—  $57 = \underline{\hspace{2cm}}^2 - \underline{\hspace{2cm}}^2$

6. Pour 349 :  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ , donc  $349 = \underline{\hspace{2cm}}$