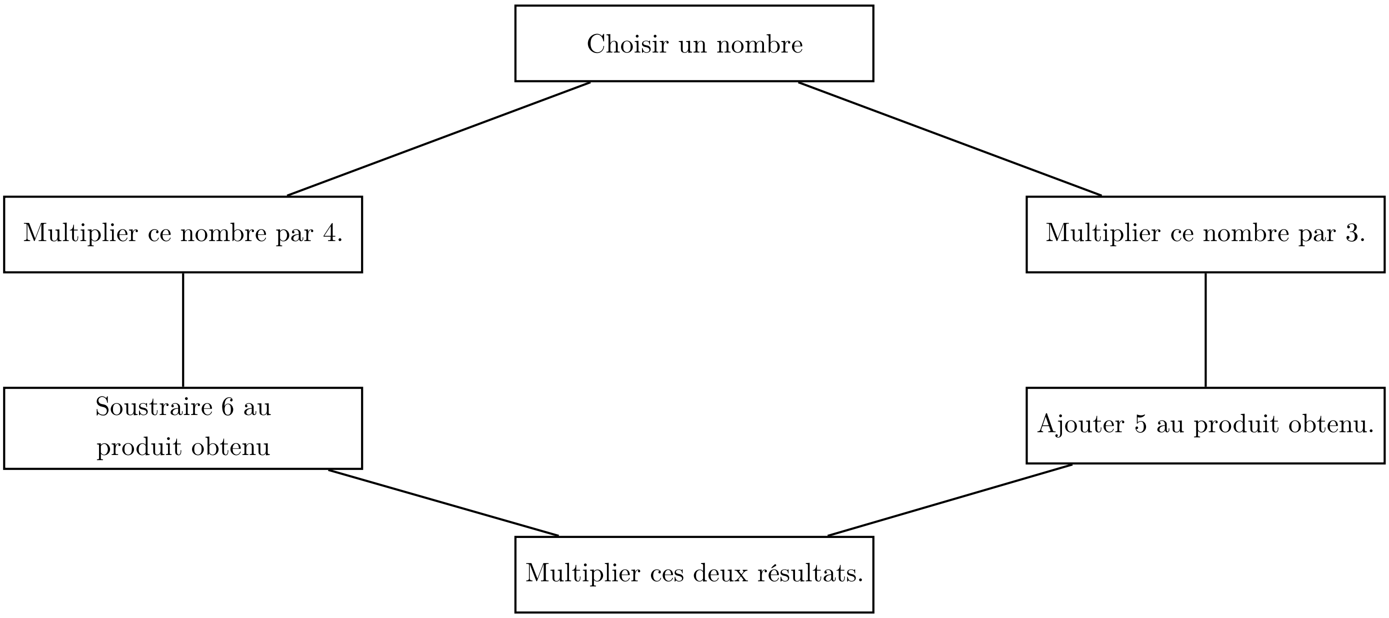
RÉSOLUTION DE PROBLÈMES - Version Guidée

<u>*Source :*</u> *Banque de problèmes du CSEN*

Exercice 1

Voici un arbre de calcul et deux programmes de calcul :



Programme A	**Programme B**
— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 10. — Soustraire 18 au résultat.	— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 12. — Lui ajouter le double du nombre de départ. — Soustraire 30 au résultat.

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier chaque réponse.

Affirmation 1 : En choisissant 2 comme nombre de départ, on obtient le même résultat avec l'arbre et les deux programmes de calcul.

☐ **Avec l'arbre de calcul :**

— Je choisis $x = 2$

— Je multiplie par 4 : ____________________

— Je soustrais 6 : ____________________

— Je choisis $x = 2$

— Je multiplie par 3 : ____________________

— J'ajoute 5 : ____________________

— Je multiplie les deux résultats : __________ $\times$ __________ = __________

☐ **Avec le programme A :**

— Je choisis $x = 2$

— Je calcule le carré :____________________

— Je multiplie par 10 :____________________

— Je soustrais 18 :________________________

☐ **Avec le programme B :**

— Je choisis $x = 2$

— Je calcule le carré :________________________

— Je multiplie par 12 : ____________ ________________________

— J'ajoute le double de 2 :________________________

— Je soustrais 30 :________________________

☐ L'affirmation 1 est : __________________

Affirmation 2 : Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme A donnent le même résultat.

☐ **Traduisons l'arbre en expression algébrique avec x :**

— Je multiplie x par 4 : ____________
— Je soustrais 6 : __________________

— Je multiplie x par 3 : ____________
— J'ajoute 5 : __________________

— Je multiplie les deux résultats : (____________) × (____________)

☐ **Développons cette expression :**

$$
\begin{aligned}
(4x-6)(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_) &= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\
&= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\
&= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
\end{aligned}
$$

☐ **Traduisons le programme A avec x :**

— Je calcule le carré : x^2

— Je multiplie par 10 : __________________

— Je soustrais 18 : ______________________________

☐ En comparant les deux expressions, l'affirmation 2 est : __________________

Affirmation 3 : Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme B donnent le même résultat.

1. **Traduisons le programme B avec x :**
   — Je calcule le carré : x^2
   — Je multiplie par 12 : __________________
   — J'ajoute le double de x : ________________________
   — Je soustrais 30 : ____________________________________
2. Nous avions trouvé pour l'arbre : ______________________________
3. L'affirmation 3 est : __________________

Exercice 2

Voici un programme de calcul : Je pense à un nombre, j'enlève 12. Je multiplie le tout par 7. J'ajoute 50. J'ajoute 3 fois le nombre de départ et j'ajoute 34.

Si tu donnes n'importe quel nombre à Apolline, elle trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs.

<u>Objectif de l'exercice :</u> Expliquer et justifier comment Apolline fait .

1. **Testons avec $x = 10$:**
   — J'enlève 12 : $10 - 12 =$ ____________
   — Je multiplie par 7 : ____________ $\times 7 =$ ____________
   — J'ajoute 50 : ____________ $+50 =$ ____________
   — J'ajoute 3 fois le nombre de départ : ____________ $+3 \times 10 =$ ____________
   — J'ajoute 34 : ____________ $+34 =$ ____________

   Résultat : ____________
2. **Traduisons avec x quelconque :**
   — J'enlève 12 : __________________
   — Je multiplie par 7 : $7 \times ($____________$) =$ ________________________
   — J'ajoute 50 : ______________________________
   — J'ajoute 3 fois le nombre de départ : ____________________________________
   — J'ajoute 34 : ____
3. **Développons et réduisons :**

   7(____________) + ______ + ______ + ______ = ______________________________
   = ______________________________
   = __________________
4. Le secret d'Apolline : Le résultat est toujours égal à ________________________

   Donc elle calcule simplement : ____________________________________

Exercice 3

Voici trois programmes de calcul :

Prog 1	**Prog 2**	**Prog 3**
Je pense à un nombre, je lui ajoute 7. Je multiplie le tout par 5	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 7	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 35

Nous cherchons à savoir si lorsque nous choisissons un nombre, certains programmes de calcul donnent toujours le même résultat entre eux .

1. **Testons avec $x = 4$:**
   — Programme 1 : $(4 + 7) \times 5 =$ ____________
   — Programme 2 : $4 \times 5 + 7 =$ ____________
   — Programme 3 : $4 \times 5 + 35 =$ ____________
2. **Testons avec $x = 10$:**
   — Programme 1 :______________________________
   — Programme 2 : ______________________________
   — Programme 3 : ______________________________
3. Conjecture : Les programmes ____________ et ____________ donnent toujours le même résultat.

4. **Traduisons avec x quelconque :**
   — Programme 1 : $(x+7) \times 5 =$ ____________________
   — Programme 2 : _________________________
   — Programme 3 : _________________________ ____________________
5. En comparant, on voit que les programmes __________ et __________ donnent la même expression développée : ____________________

Exercice 4
Voici un programme de calcul :

— Je choisis 2 nombres quelconques
— Je calcule, pour chacun son carré
— Je calcule la somme des carrés
— J'ajoute au résultat deux fois le produit des nombres de départ

Objectif de l'exercice : Faire fonctionner ce programme de calcul pour plusieurs cas. Énoncer une conjecture et la prouver.

1. **Testons avec $x = 3$ et $y = 5$:**
   — Carrés : $3^2 =$ __________ et $5^2 =$ __________
   — Somme des carrés : __________ + __________ = __________
   — Produit des nombres : $3 \times 5 =$ __________
   — Deux fois le produit : $2\times$ __________ = __________
   — Résultat final : __________ + __________ = __________

   Que remarquez-vous ? __________ = __________^{2}
2. **Testons avec $x = 2$ et $y = 7$:**
   — Carrés : ____________________ et ____________________
   — Somme des carrés : ____________________ = __________
   — Produit des nombres : ____________________
   — Deux fois le produit :____________________
   — Résultat final : ____________________
3. **Conjecture :** Le résultat est toujours égal à _________________________
4. **Preuve avec x et y quelconques :**
   — Carrés : x^2 et y^2
   — Somme des carrés : _______________
   — Produit des nombres : _______________
   — Expression finale : ____________________

   On reconnaît l'identité remarquable : $(x+y)^2 =$ _________________________

   Donc le résultat est toujours : _______________

Exercice 5

On calcule la somme de 4 nombres entiers consécutifs. Trois élèves ont établi les conjectures suivantes :

Jean affirme :	**Marie affirme :**	**Aristide affirme :**
« Le résultat est toujours un multiple de 4. »	« Cela revient à multiplier le premier nombre par 4 et à lui ajouter 6. »	« Le résultat sera toujours un résultat de la table de 2. »

Objectif de l'exercice : Vérifier si les affirmations de ces trois élèves sont vraies ou fausses en JUSTIFIANT LA DÉMARCHE.

1. **Testons avec 5, 6, 7, 8 :**
   - Somme : $5 + 6 + 7 + 8 =$ ___________
   - Est-ce un multiple de 4 ? ___________
   - Calcul de Marie : $5 \times 4 + 6 =$ ___________
   - Est-ce un multiple de 2 ? ___________
2. **Traduisons avec n le premier nombre :**
   - Les 4 nombres consécutifs sont : n, ___________, ___________, ______________________
   - Leur somme : $n+(n+1)+$______________________$+$______________________ $=$ ______________________
   - Après réduction : ______________________
3. **Vérifions Jean :** « Le résultat est un multiple de 4 »
   - On a trouvé : ______________________
   - Peut-on écrire cela sous la forme $4 \times$ (quelque chose) ?
   - ______________________ $=$ ______________________ $+$ ___________ : on ... peut ... factoriser par _____
   - Jean a : ___________
4. **Vérifions Marie :** « Cela revient à $4n + 6$ »
   - Notre résultat est : ______________________
   - Marie a : ___________
5. **Vérifions Aristide :** « Le résultat est dans la table de 2 »
   - On a : ______________________
   - Factorisons par 2 : ______________________$=$ ______________________
   - Aristide a : ___________

Exercice 6

Voici un programme de calcul :

- Je choisis 3 nombres consécutifs
- Je calcule le carré du nombre du milieu
- Je soustrais le produit des deux autres nombres.

Si tu donnes n'importe quel nombre à Victor, il trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs.
Objectif de l'exercice : Expliquer et justifier comment Victor fait .

1. **Testons avec 5, 6, 7 :**
   - Carré du milieu : $6^2 =$ ___________
   - Produit des deux autres : $5 \times 7 =$ ___________

— Résultat : __________ $-$ __________ $=$ __________

2. **Testons avec 10, 11, 12 :**
   — Carré du milieu : ____________________
   — Produit des deux autres :____________________
   — Résultat : __________ $-$ __________ $=$ __________
3. Conjecture : Le résultat est toujours égal à _______________
4. **Preuve avec n le nombre du milieu :**
   — Les 3 nombres consécutifs sont : __________, n, __________
   — Carré du milieu : ____________________
   — Produit des deux autres : __________ $\times$ __________
   — Pour développer ____________________, on utilise $(a-b)(a+b) =$ ____________________ :
   — ____________________ $=$ __________$-$ __________ $=$ _______________
   — Résultat final : ____________________ $=$ __________$-$__________$+$ __________ $=$ __________
5. Le secret de Victor : Le résultat est toujours __________, quel que soit le nombre choisi !