

UNE ÉQUATION PRODUIT NUL

Définition:

Soit x un nombre réel.

Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux expressions algébriques qui dépendent de la même variable x .

On appelle équation produit nul, l'équation

$$A(x) \times B(x) = 0$$



Exemple

Soit x un nombre réel.

Soient $A(x) = 3x - 5$ et

$B(x) = 2 + 4x$.

L'équation

$$(3x - 5)(2 + 4x) = 0$$

est une équation produit nul.

Soient a et b deux nombres réels
 $a \times b$ est le produit de a par b
 a et b sont les facteurs du produit



UNE ÉQUATION PRODUIT NUL

Propriété: Soit x un nombre réel.

Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

$$A(x) \times B(x) = 0$$



$$A(x) = 0 \quad \text{Ou} \quad B(x) = 0$$



RÉSOLVRE UNE ÉQUATION PRODUIT NUL

Méthode:

- Je reconnais une équation produit nul.
- Je donne ma propriété :
"Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul."
- Je dois trouver pour quelle(s) valeur(s) de x , chaque facteur est nul.
- Je résous chaque équation séparément



Exercice:

Soit x un réel. Résoudre l'équation $(2x+8) \times (9-3x) = 0$
L'équation $(2x+8) \times (9-3x) = 0$ est une équation produit nul.

Or: Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

Donc $(2x+8) \times (9-3x) = 0$

$$\begin{array}{l} \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \begin{array}{l} 2x+8 = 0 \\ -2 \qquad \qquad \qquad -2 \\ 2x = -8 \\ \div 2 \qquad \qquad \qquad \div 2 \\ x = -4 \end{array} \qquad \text{Ou} \qquad \begin{array}{l} 9-3x = 0 \\ -9 \qquad \qquad \qquad -9 \\ -3x = -9 \\ \div (-3) \qquad \qquad \qquad \div (-3) \\ x = 3 \end{array} \end{array}$$

Les solutions sont donc -4 et 3.

APPLICATION

Exercice:

Soit x un réel. Résoudre l'équation $(15-5x) \times (3x+21) = 0$
L'équation $(15-5x) \times (3x+21) = 0$ est une équation produit nul.

Or: Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

Donc

$$\begin{array}{l} \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \begin{array}{l} 15-5x = 0 \\ -15 \qquad \qquad \qquad -15 \\ -5x = -15 \\ \div (-5) \qquad \qquad \qquad \div (-5) \\ x = 3 \end{array} \qquad \text{Ou} \qquad \begin{array}{l} 3x+21 = 0 \\ -21 \qquad \qquad \qquad -21 \\ 3x = -21 \\ \div 3 \qquad \qquad \qquad \div 3 \\ x = -7 \end{array} \end{array}$$

Les solutions sont donc 3 et -7.



RÉSOLVRE CERTAINES ÉQUATIONS DE DEGRÉ 2

Méthode:

- Je transforme l'égalité afin que l'un des deux membres soit égale à 0
- Je factorise le membre non nul.
- J'obtiens une équation produit nul.
- Je résous mon équation produit nul.



Exercice: Soit x un réel.

Résoudre l'équation $x^2 - 5 = 4$.

$$\begin{aligned} x^2 - 5 &= 4 \\ x^2 - 9 &= 0 \\ (x)^2 - (3)^2 &= 0 \\ (x-3) \times (x+3) &= 0 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Je factorise à l'aide de} \\ \text{l'identité remarquable} \\ a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \end{array}$$

Or: Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

Donc $(x-3) \times (x+3) = 0$

$$\begin{array}{l} \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ x-3 = 0 \qquad \qquad \text{Ou} \qquad x+3 = 0 \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ x = 3 \qquad \qquad \qquad \text{Ou} \qquad x = -3 \end{array}$$

Les solutions sont donc 3 et -3.

APPLICATION

Exercice: Soit x un réel. Résoudre l'équation $4x^2 - 5x = 2x$

Je transforme l'expression pour que l'un des deux membres de l'égalité soit égal à 0.

$$\begin{aligned} 4x^2 - 5x &= 2x \\ 4x^2 - 7x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \times x \times x - 7 \times x &= 0 \\ x \times (4x - 7) &= 0 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Je factorise l'expression, en repérant} \\ \text{que chaque terme de la différence} \\ \text{possède un facteur } x \text{ dans sa} \\ \text{décomposition.} \end{array}$$

Or: Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

Donc

$$\begin{array}{l} (x) \times (4x-7) = 0 \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ x = 0 \qquad \text{Ou} \qquad 4x-7 = 0 \\ \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \qquad \qquad \qquad 4x = 7 \\ \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \qquad \qquad \qquad x = \frac{7}{4} \end{array}$$

Les solutions sont donc 0 et $\frac{7}{4}$.

