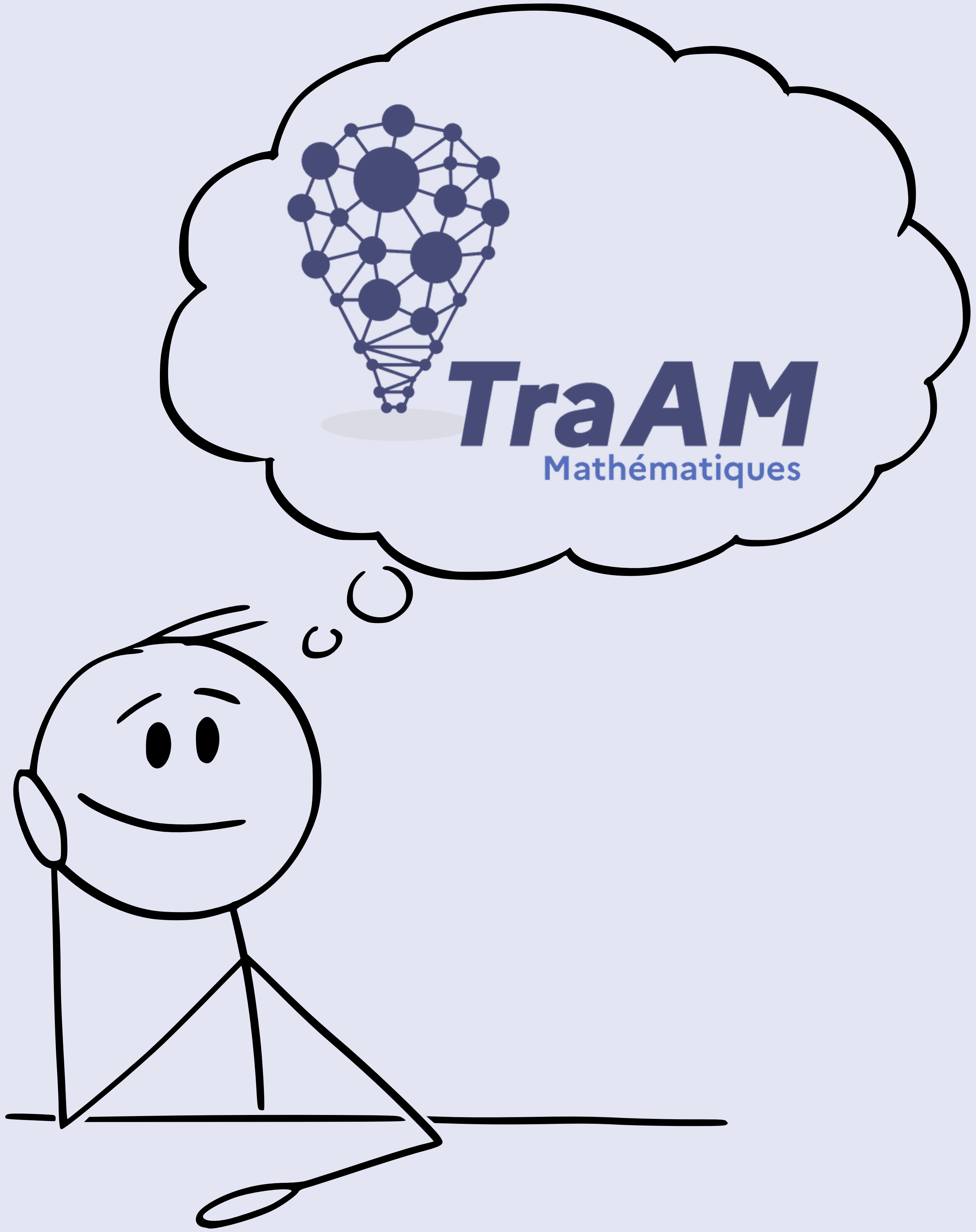
ACADÉMIE
DE LILLE
Liberté
Égalité
Fraternité

Pré-algébrisation

du CM1 à la 2nd

DÉVELOPPEMENT ET FACTORISATION



DÉVELOPPEMENT ET FACTORISATION

Test : Démarrons par un petit test de positionnement sur le calcul littéral

---

Question 1: L'expression réduite de $5x + 3x$ est égale à :

- ☐ $8x$
- ☐ $8x^2$
- ☐ $15x^2$
- ☐ cela dépend de la valeur de x

Brouillon:

Question 2: L'expression réduite de $4x \times 3$ est égale à :

- ☐ $7x$
- ☐ $12x$
- ☐ $12x^2$
- ☐ $4x^3$

Brouillon:

Question 3: L'expression réduite de $x \times x$ est :

- ☐ $2x$
- ☐ x
- ☐ x^2
- ☐ $x + x$

Brouillon:

Question 4: Soit $x = 2$. Calculer $3x + 5$:

- ☐ 10
- ☐ 11
- ☐ 8
- ☐ 35

Brouillon:

Question 5: L'expression réduite de $2x \times 5x$ est égale à :

- ☐ $10x$
- ☐ $10x^2$
- ☐ $7x^2$
- ☐ 10

Brouillon:

Question 6: Soit $a = 3$. Calculer a^2 :

- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 9
- ☐ $a \times 2$

Brouillon:

Question 7: L'expression réduite de $7y - 2y + 4$ est :

- ☐ $9y$
- ☐ $5y + 4$
- ☐ $5y$
- ☐ $9y + 4$

Brouillon:

Question 8: Soit $x = -2$. Calculer $x^2 + 3x$:

- ☐ -2
- ☐ 10
- ☐ -10
- ☐ 2

Brouillon:

Auto-correction du Test

Question	Réponse	J'ai su faire seul	J'ai su faire avec de l'aide	Je ne maîtrise pas encore
1.	$8x$. Pour additionner des termes semblables, on additionne les coefficients : $5x + 3x = (5+3)x = 8x$			
2.	$12x$. Pour multiplier un nombre par une expression littérale : $4x \times 3 = 4 \times 3 \times x = 12x$			
3.	x^2. Le produit de deux facteurs identiques s'écrit avec une puissance : $x \times x = x^2$			
4.	11. On remplace x par sa valeur puis on calcule en respectant les priorités : $3x + 5 = 3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = 11$			
5.	$10x^2$. On multiplie les coefficients entre eux et les variables entre elles : $2x \times 5x = 2 \times 5 \times x \times x = 10x^2$			
6.	9. On calcule la puissance : $a^2 = a \times a = 3 \times 3 = 9$			
7.	$5y + 4$. On regroupe les termes en y et les termes constants : $7y - 2y + 4 = (7-2)y + 4 = 5y + 4$			
8.	-2. On remplace x par -2 et on calcule en respectant les priorités : $x^2 + 3x = (-2)^2 + 3 \times (-2) = 4 + (-6) = 4 - 6 = -2$			

TEST DE POSITIONNEMENT

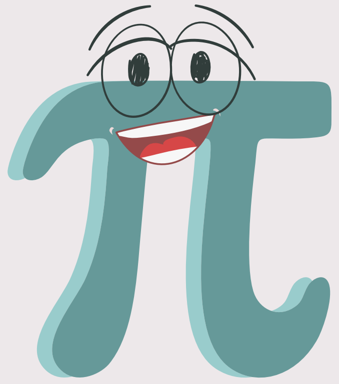
En fonction de tes résultats, voici quelques exercices pour t'entrainer et avoir les bases nécessaires pour la suite de cette activité.

Je m'entraîne sur la compétence :
Réduire une expression littérale

4ème	Réduire une expression littérale				
	La chenille	1	2	3	4
	Objectif Mars	1	2	3	4

Je m'entraîne sur la compétence :
Substituer un nombre à une variable

4ème	Substituer un nombre à une variable				
	Rébus	1	2	3	4

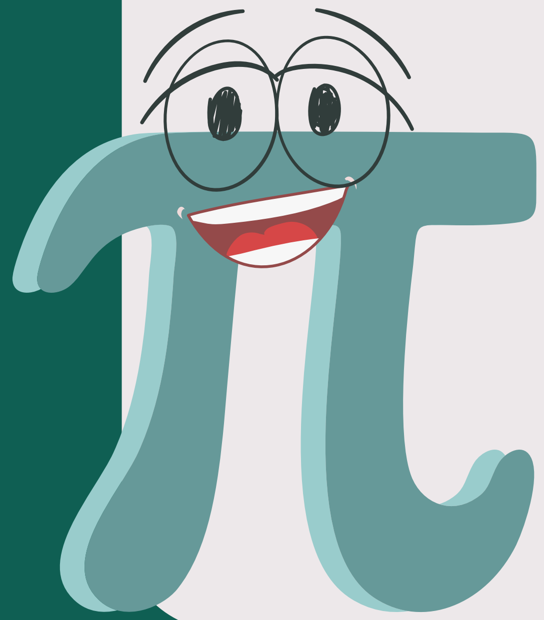


Exercices pour réduire et simplifier, si possible, une expression littérale simple :

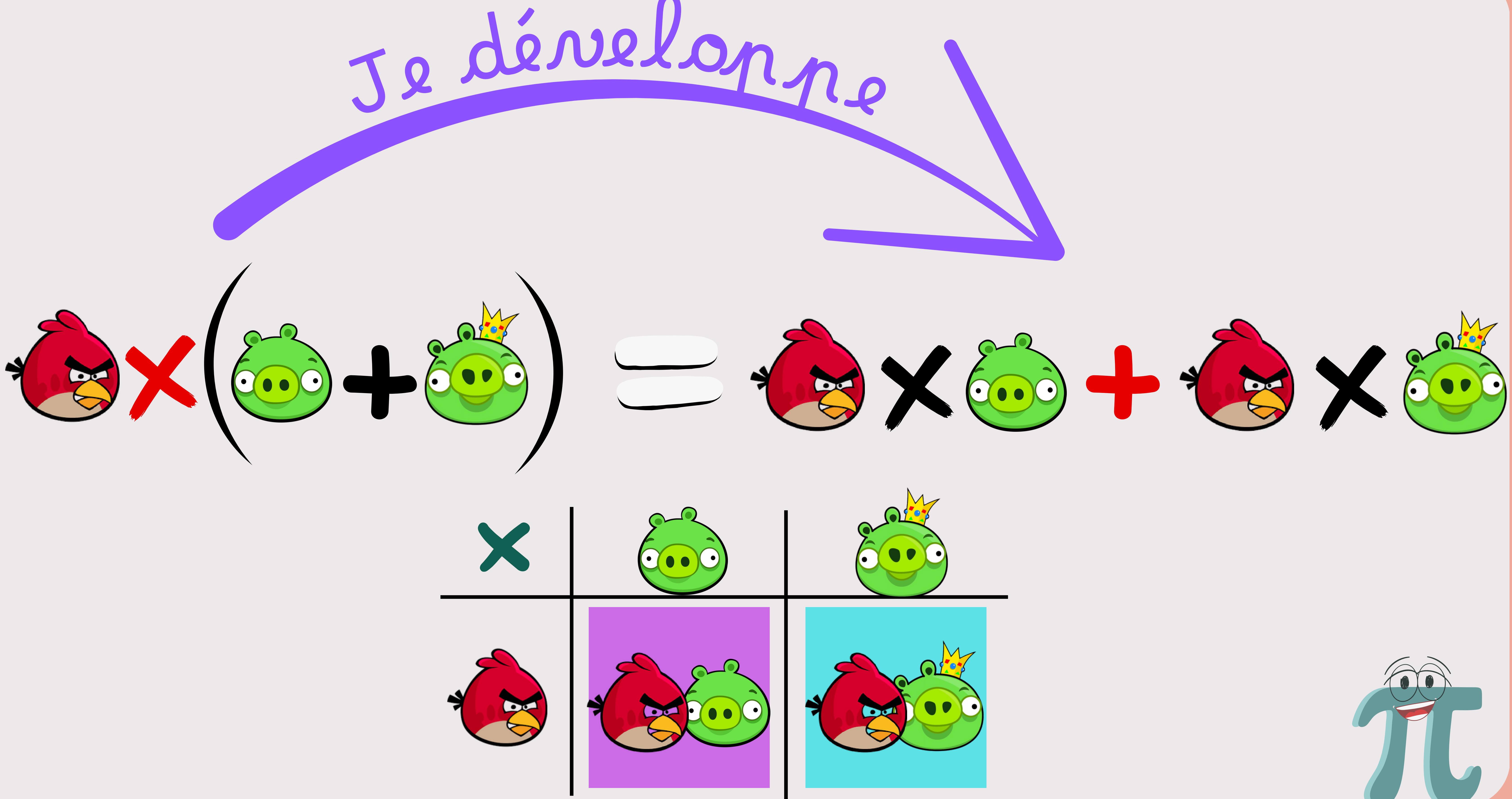
Exercices pour calculer la valeur d'une expression littérale :

DÉVELOPPER UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.



LA SIMPLE DISTRIBUTIVITÉ



SIMPLE DISTRIBUTIVITÉ

Soient a, b et k trois nombres réels

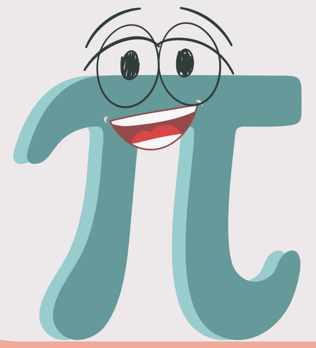
$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$\times$	a	$+b$
k	ka	$+kb$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

$\times$	a	$-b$
k	ka	$-kb$

SCAN ME!



Je développe

Soit x un nombre réel.

Développer $A = 4(3x+7)$

$$4(3x+7)$$
$$= 4 \times 3x + 4 \times 7$$
$$= 12x + 28$$

Développer $B = (2-5x)2$

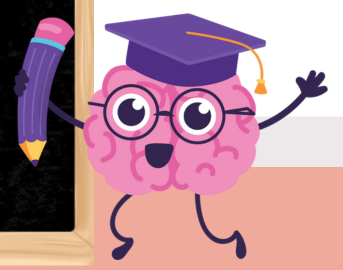
$$(2-5x)2 = 2(2-5x)$$
$$= 2 \times 2 - 2 \times 5x$$
$$= 4 - 10x$$

Par commutativité de la multiplication :

$$k(a+b) = (a+b)k$$

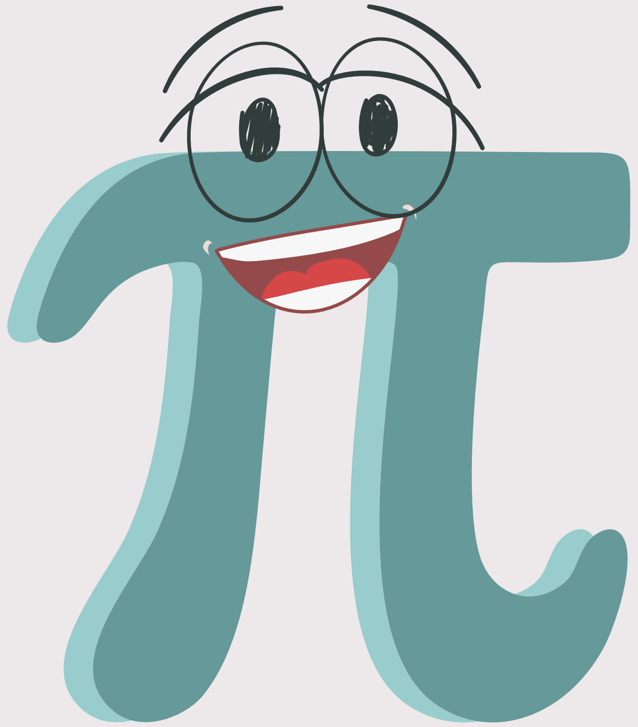
de même

$$k(a-b) = (a-b)k$$



EXERCICES D'APPLICATION

Développer les expressions littérales de la forme $k(a+b)$ ou $k(a-b)$



1 LEVEL

Associer une expression littérale à sa forme développée

SCAN ME

2 LEVEL

On a développé les expressions par simple distributivité. Compléter les égalités.

SCAN ME

3 LEVEL

Effectuer la simple distributivité des expressions littérales.

SCAN ME

4 LEVEL

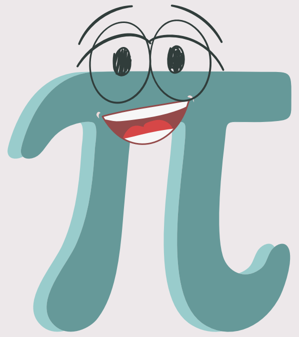
Effectuer la simple distributivité des expressions littérales.

SCAN ME

SUPPRESSION DE PARENTHÈSES

On peut supprimer les parenthèses précédées d'un signe + sans changer l'expression entre parenthèses.

Soient a,b et k trois nombres réels



$$+(a+b) = (+1)\times(a+b) = (+1)\times a + (+1)\times b = a + b$$

On peut supprimer les parenthèses précédées d'un signe - en changeant tous les signes des termes l'expression entre parenthèses.

$$-(a+b) = (-1)\times(a+b) = (-1)\times a + (-1)\times b = -a - b$$

EXEMPLE

Soit x un nombre réel.

Supprimer les parenthèses et réduire l'expression

$$A = -(3x+1)+(5x-2)-(-2x+8)$$

$$A = -(3x+1)+(5x-2)-(-2x+8)$$

$$= (-1)\times(3x+1) + (+1)\times(5x-2) + (-1)\times(-2x+8)$$

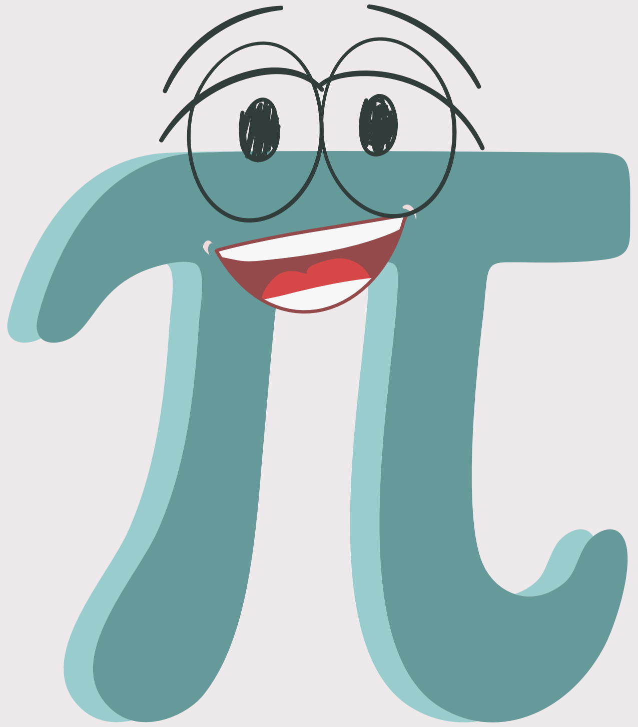
$$= (-1)\times 3x + (-1)\times 1 + (+1)\times 5x - (+1)\times 2 + (-1)\times(-2x) + (-1)\times 8$$

$$= -3x + (-1) + 5x - (-2) + 2x + (-8)$$

$$= -3x -1 + 5x + 2 + 2x - 8 = -3x + 5x + 2x -1 + 2 - 8 = 4x - 7$$

EXERCICES D'APPLICATION

Suppression de parenthèses dans les expressions littérales.



1 LEVEL

Associer par paire les expressions égales

SCAN ME

2 LEVEL

Suppression des parenthèses précédées d'un signe + ou - (4 activités proposées)

SCAN ME

3 LEVEL

Supprimer les parenthèses puis réduire l'expression (niveau 1)

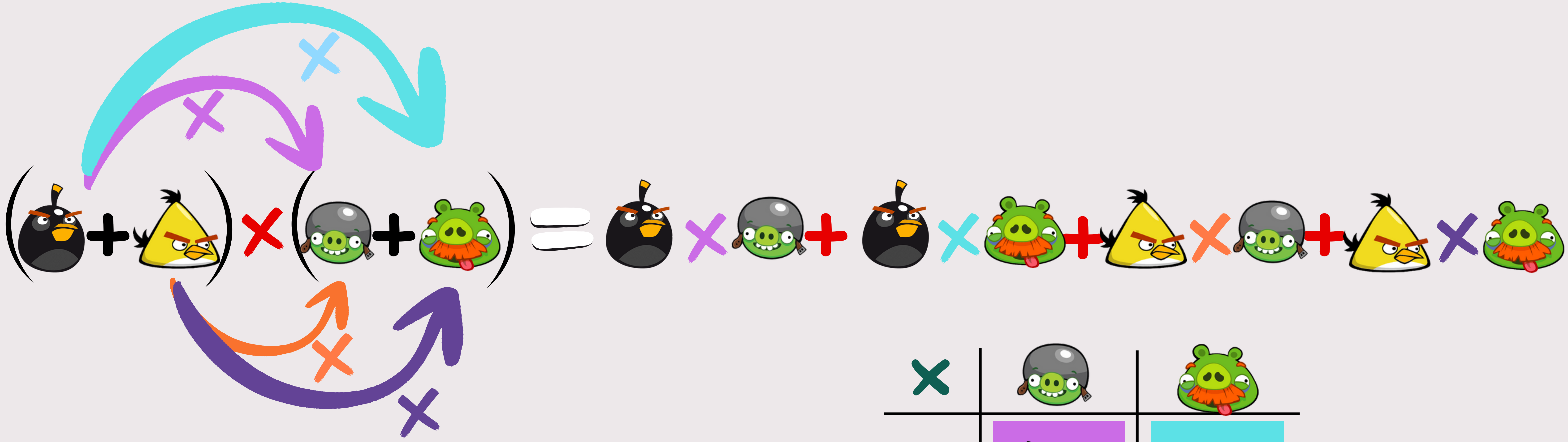
SCAN ME

4 LEVEL

Supprimer les parenthèses puis réduire l'expression (niveau 2)

SCAN ME

LA DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ



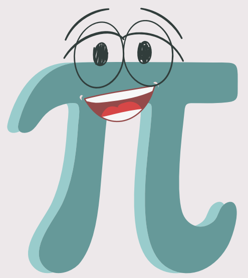
LA DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ

Soient a,b,c et d quatre nombres réels

$$(a+b)\times(c+d) = a\times c + a\times d + b\times c + b\times d$$

×	a	b
c	ac	bc
d	ad	bd

SCAN ME!



Faites attention au signe de chacun des termes lorsque vous faites vos produits !!

$$(a-b)(c+d)=(a+(-b))(c+d)$$

EXEMPLES (1)

Soit x un nombre réel

Développer $A = (x+5)(2x+3)$

$$(x + 5) \times (2x + 3) = 2x^2 + 3x + 10x + 15$$

$$= 2x^2 + 13x + 15$$

$\times$	x	5
$2x$	$2x^2$	$10x$
3	$3x$	15

EXEMPLES (2)

Soit x un nombre réel

Développer $A = (2x-5)(-3x+7)$

$$A = (2x-5)(-3x+7) = (2x + (-5))((-3x) + 7)$$

$$(2x+(-5)) \times ((-3x)+3) = -6x^2 + 14x + 15x + (-35)$$

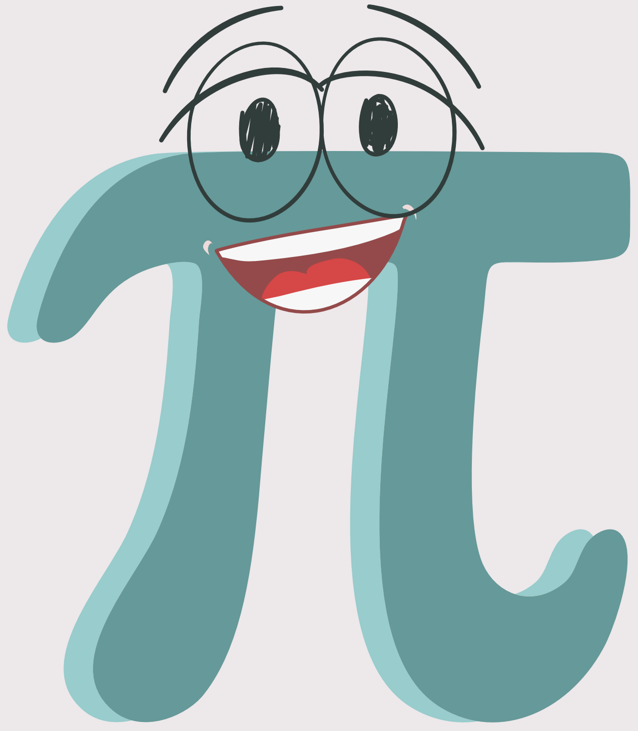
$$= -6x^2 + 29x - 35$$

$\times$	$2x$	-5
$-3x$	$-6x^2$	$15x$
7	$14x$	-35

Donc $A = -6x^2 + 29x - 35$

EXERCICES D'APPLICATION

Développer les expressions littérales de la forme (a+b)(c+d)



1 LEVEL

Associer une expression littérale à sa forme développée

SCAN ME

2 LEVEL

Développer et réduire les expressions littérales en utilisant les tables de double distributivité.

SCAN ME

3 LEVEL

Développer et réduire les expressions littérales en utilisant la double distributivité (niveau 2)

SCAN ME

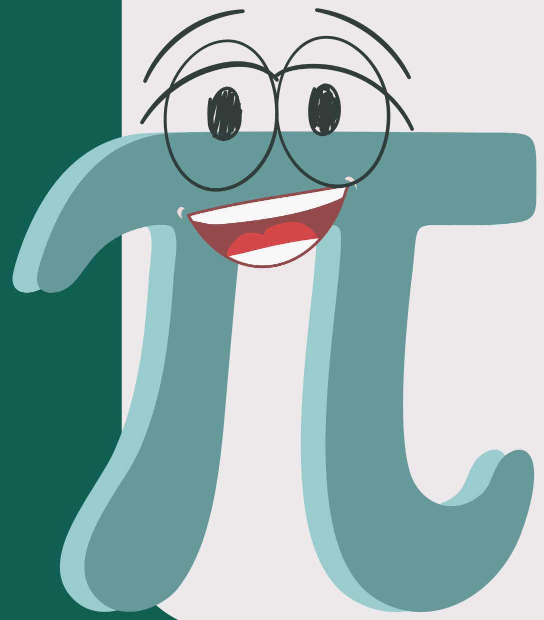
4 LEVEL

Gagne le jeu en développement correctement les expressions littérales.

SCAN ME

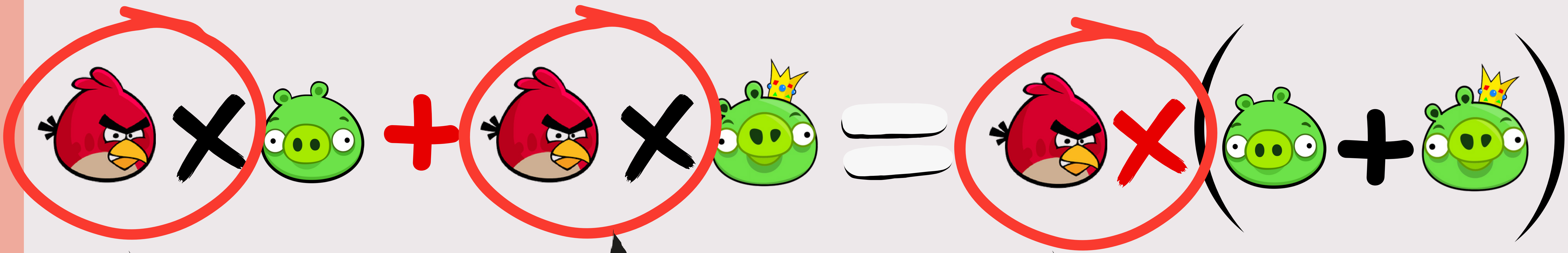
FACTORISER UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Factoriser une expression, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.



LA FACTORISATION

Je factorise



Je repère le facteur commun à chacun des termes de la somme ou de la différence.

Je mets le facteur commun en facteur de l'expression.

FACTORISER UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Soient a, b et k trois nombres réels

$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$

Je repère le facteur commun à chacun des termes de la somme.

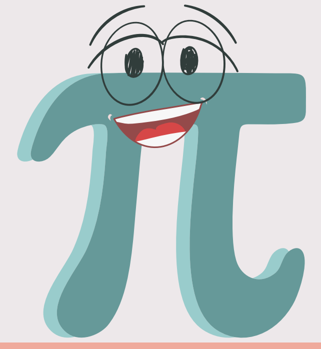
Je mets le facteur commun en facteur de l'expression. J'ouvre des parenthèses et " je réécris ce qui n'est pas entouré dans l'expression de départ "

$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$

Je repère le facteur commun à chacun des termes de la différence.

Je mets le facteur commun en facteur de l'expression. J'ouvre des parenthèses et " je réécris ce qui n'est pas entouré dans l'expression de départ "

SCAN ME!



Je factorise

Soit x un nombre réel.

Factoriser $A = x^2 + 4x$

$x^2 + 4x$

$= x \times x + 4 \times x$

$= x \times (x + 4)$

Factoriser $B = 56 - 2x$

$56 - 2x$

$= 2 \times 28 - 2 \times x$

$= 2 \times (28 - x)$

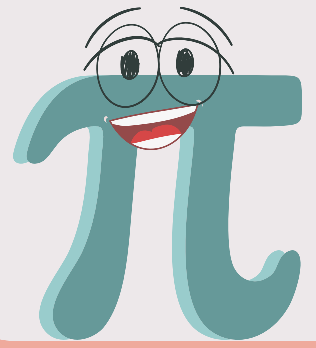
EXEMPLES (1)

Soit x un nombre réel

Factoriser $C = (x+5)(2x+3) + (x+5)(3x-7)$

$$
\begin{aligned}
C &= (x+5)(2x+3) + (x+5)(3x-7) \\
&= (x+5)(2x+3) + (x+5)(3x-7) \\
&= (x+5)\left[(2x+3) + (x+5)\right] \\
&= (x+5)\left[2x+3 + x+5\right] \\
&= (x+5)(3x+8)
\end{aligned}
$$

Lorsque je supprime les parenthèses, je fais attention aux signes qui les précèdent. Ici ce sont des "+", donc on supprime les parenthèses sans changer les signes des termes à l'intérieur.



EXEMPLES (2)

Soit x un nombre réel

Factoriser $D = (4x+5)(2x+3) - (4x-5)(5+4x)$

$$
\begin{aligned}
D &= (4x+5)(2x+3) - (4x-5)(5+4x)\\
&= (4x+5)(2x+3) - (4x-5)(5+4x)\\
&= (4x+5)\left[(2x+3) - (4x-5)\right]\\
&= (4x+5)\left[2x+3 - 4x + 5\right]\\
&= (4x+5)(-2x+8)
\end{aligned}
$$

Lorsque je supprime les parenthèses, je fais attention aux signes qui les précèdent. Ici il y a un "-", donc on supprime les parenthèses sans oublier d'inverser les signes des termes à l'intérieur.

EXEMPLES (3)

Parfois le facteur commun n'est pas visible dans l'expression de départ, il faut réfléchir pour le faire apparaître.

Soit x un nombre réel

Factoriser $E = x^2 + 3x + 2$

$$E = x^2 + 2x + x + 2$$

$$= x \times x + 2 \times x + (x + 2)$$

$$= x(x+2) + 1(x+2)$$

$$= (x+2)[x+1]$$

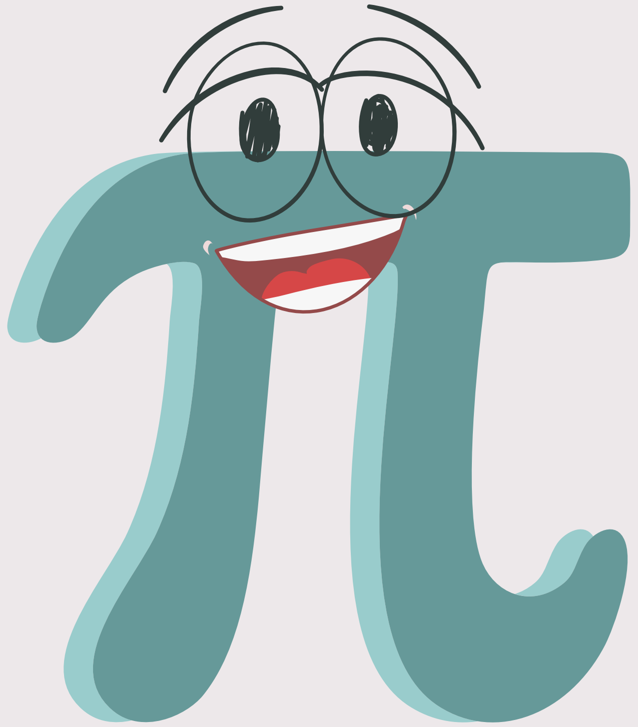
Un petite astuce pour bien faire apparaître un produit est de rajouter un facteur 1. Cela évite des erreurs :)

Dans la vidéo, vous verrez une utilisation de Polypad pour comprendre facilement cette factorisation à l'aide de tuiles algébriques

SCAN ME!

EXERCICES D'APPLICATION

Factoriser les expressions littérales



1 LEVEL

Compléter les trous afin de factoriser les expressions littérales de la forme $ka+kb$ ou $ka-kb$

SCAN ME

2 LEVEL

Factoriser des expressions de la forme $ka+k'b$ avec k, k' des nombres entiers (niveau 1)

SCAN ME

3 LEVEL

Factoriser les expressions littérales (niveau 2)

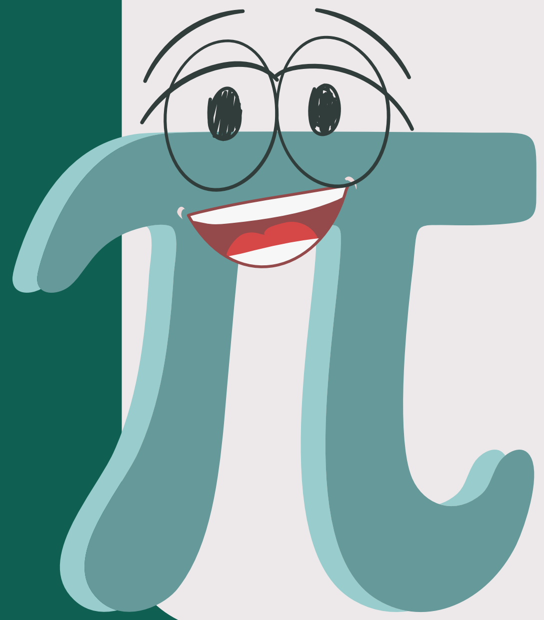
SCAN ME

4 LEVEL

Factoriser les expressions littérales (niveau 3)

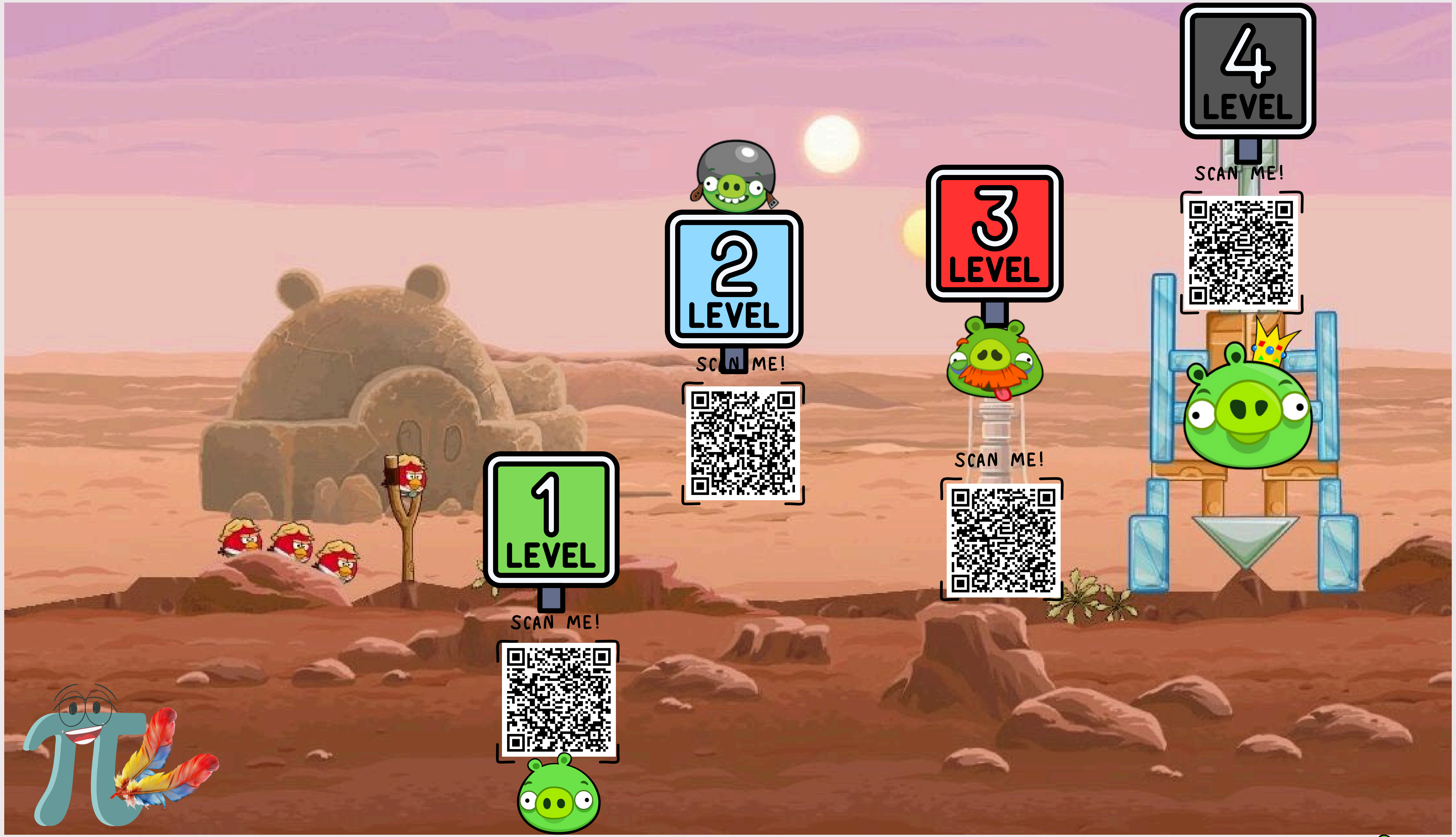
SCAN ME

MAINTENANT QUE NOUS AVONS DÉCOUVERT COMMENT DÉVELOPPER ET FACTORISER, MÉLANGEONS TOUT !



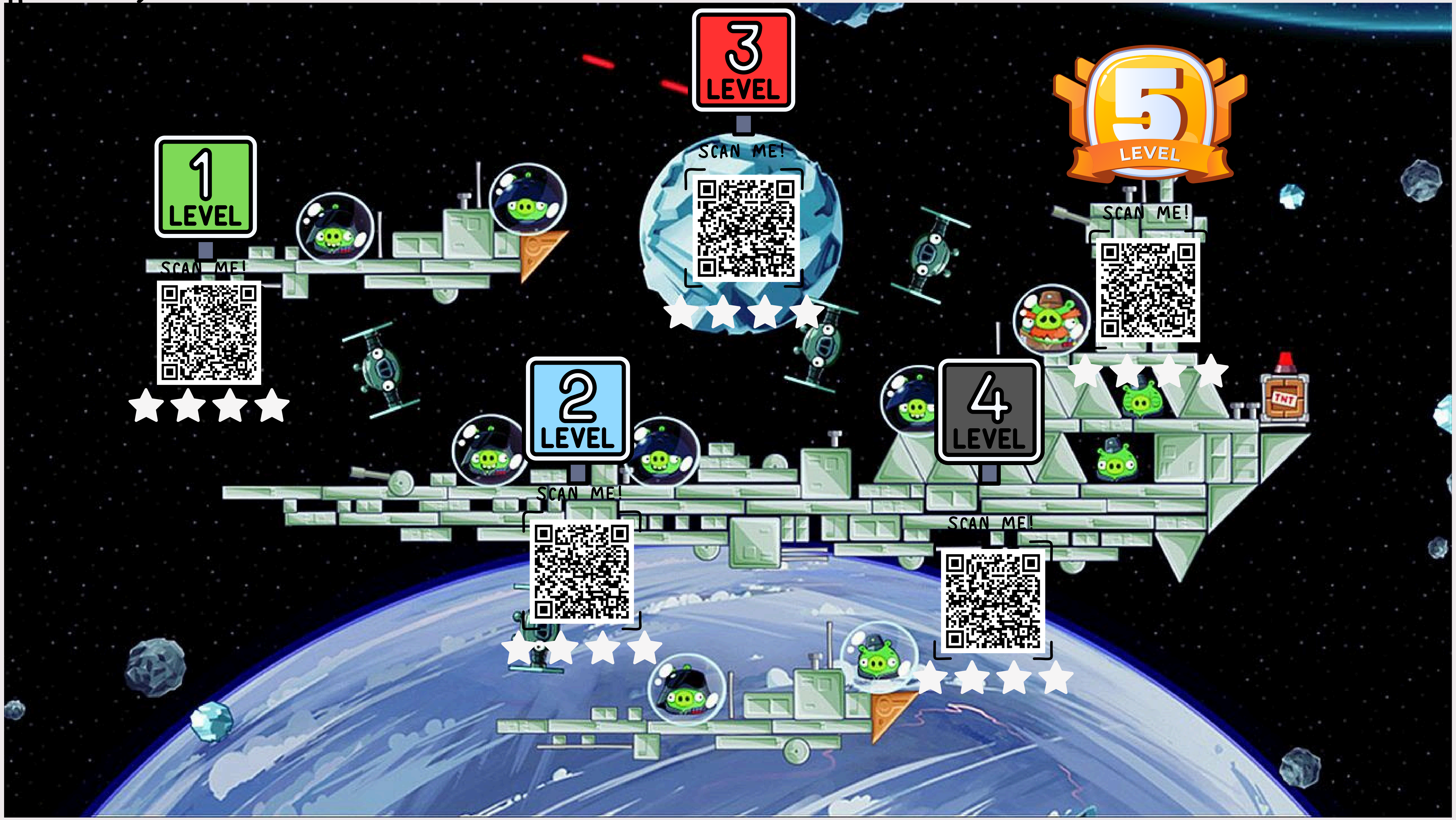
EXERCICES D'APPLICATION

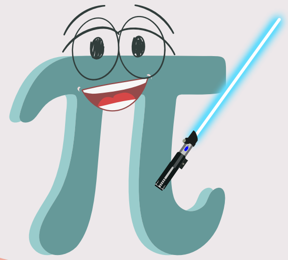
Compétence 1 : Savoir développer des expressions complexes



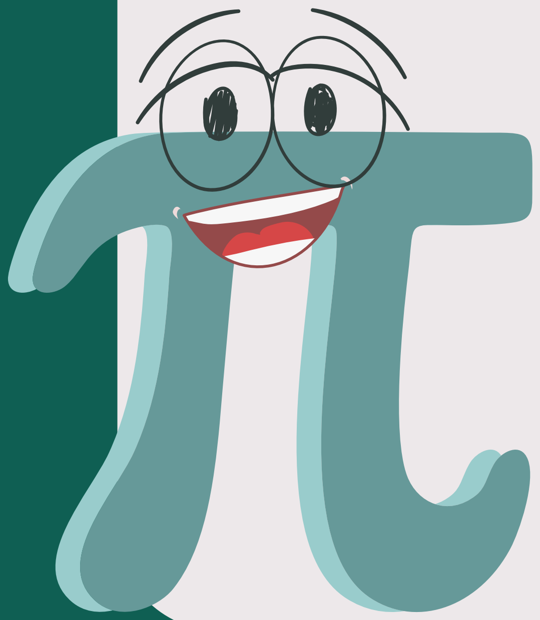
EXERCICES D'APPLICATION (VERS LE BREVET)

<u>Compétence 2:</u> Savoir utiliser les différentes formes d'une expression littérale (à faire sur feuille)





MAINTENANT IL EST L'HEURE DE FAIRE LE BILAN



Fiche BILAN : DÉVELOPPEMENT ET FACTORISATION

Test Bilan : Réponds aux questions suivantes et remets la fiche Bilan à ton professeur. Attention plusieurs réponses sont possibles.

Question 1: Parmi les expressions littérales suivantes, coche celles qui sont sous forme développée réduite :

☐ $3x+7$ ☐ $2x^2+5x-3$ ☐ $7x-4+2x^2$

☐ $5(x+4)$ ☐ $(x+2)(x+5)$ ☐ $3x(2x-1)+5$

Question 2: Parmi les expressions littérales suivantes, coche celles qui sont sous forme factorisée :

☐ $5x(3+2x)$ ☐ $(x+4)(2x-7)$ ☐ $(x-3)(x+5)+2x$

☐ $3x+6$ ☐ $2x^2+8x$ ☐ $(2x+1)(x-4)$

Question 3: La forme développée de l'expression $3(x+5)$ est :

☐ $3x+5$ ☐ $3x+8$

☐ $3x+15$ ☐ $x+15$

Question 4: La forme développée de l'expression $(x+3)(x+7)$ est :

☐ x^2+21 ☐ $x^2+7x+3x+21$

☐ $x^2+10x+21$ ☐ $2x+10$

Question 5: La forme factorisée de l'expression $5x+20$ est :

☐ $5(x+4)$ ☐ $5(x+20)$

☐ $x(5+20)$ ☐ $(5+x)(5+20)$

Question 6: Développer et réduire l'expression littérale $A=7(2x-3)$

Question 7: Développer et réduire l'expression littérale $B = -4(3x + 5)$

Question 8: Développer et réduire l'expression littérale $C = (x + 5)(x + 2)$

Question 9: Développer et réduire l'expression littérale $D = (2x - 3)(x + 4)$

Question 10: Développer et réduire l'expression littérale $E = 3(x - 2) + 5(2x + 1)$

Question 11: Développer et réduire l'expression littérale $F = (x + 3)(x - 1) - 2(x + 5)$

Question 12: Factoriser l'expression littérale $G = 6x + 18$

Question 13: Factoriser l'expression littérale $H = 5x^2 - 15x$

Question 14: Factoriser l'expression littérale $I = 3x(x + 2) + 7(x + 2)$

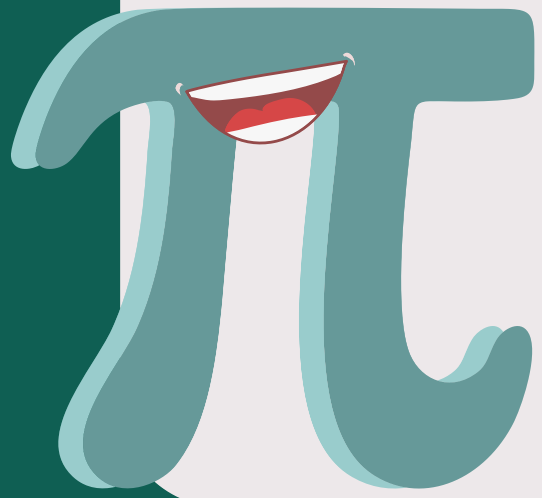
Question 15: Factoriser l'expression littérale $J = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)(4x + 5)$

Question 16: Factoriser l'expression littérale $K = 4x + 12 + x(x + 3)$

Bilan du Professeur

Compétences	**Non acquis**	**En cours d'acquisition**	**Acquis**
Savoir reconnaître les formes développées			
Savoir reconnaître les formes factorisées			
Savoir développer avec la simple distributivité $k(a+b)$			
Savoir développer avec la simple distributivité $k(a-b)$			
Savoir développer avec la double distributivité $(a+b)(c+d)$			
Savoir factoriser une expression avec un facteur commun simple			
Savoir factoriser une expression avec un facteur commun de type $(ax+b)$			
Savoir développer des expressions avec plusieurs termes			
Savoir factoriser des expressions complexes			

PASSONS À LA RECHERCHE DE PROBLÈMES

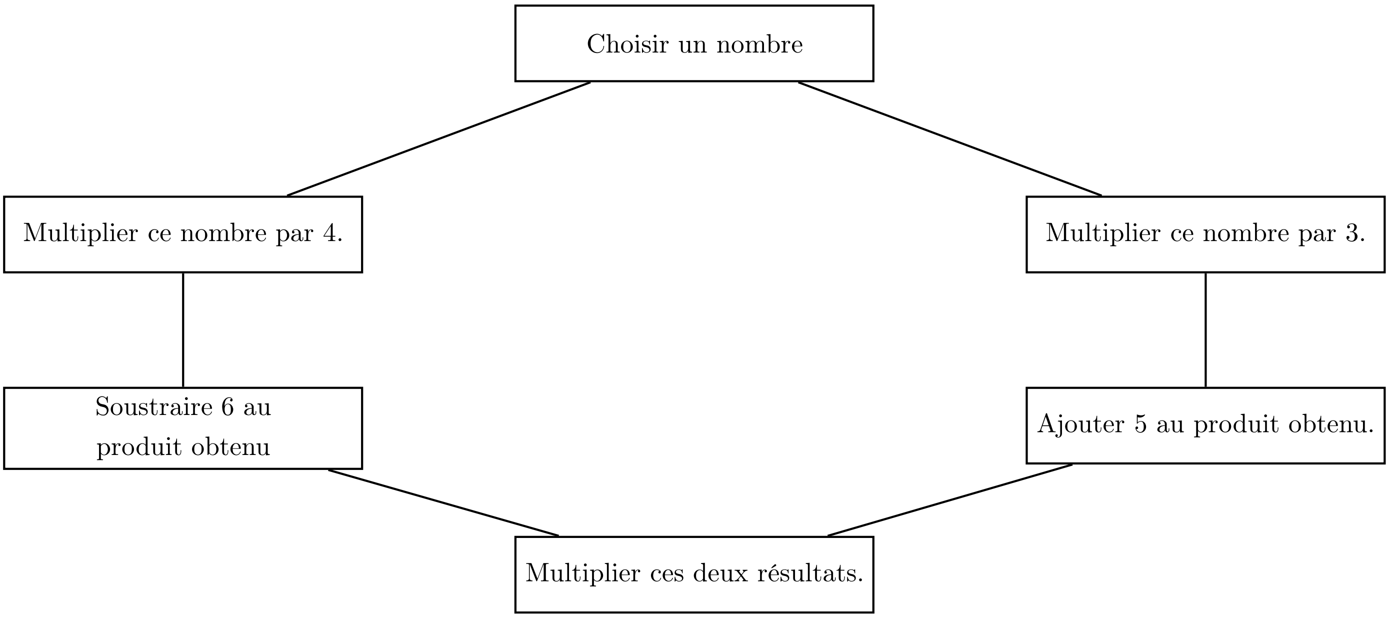


RÉSOLUTION DE PROBLÈMES - Version Guidée

<u>Source :</u> Banque de problèmes du CSEN

Exercice 1

Voici un arbre de calcul et deux programmes de calcul :



Programme A	**Programme B**
— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 10. — Soustraire 18 au résultat.	— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 12. — Lui ajouter le double du nombre de départ. — Soustraire 30 au résultat.

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier chaque réponse.

Affirmation 1 : En choisissant 2 comme nombre de départ, on obtient le même résultat avec l'arbre et les deux programmes de calcul.

☐ **Avec l'arbre de calcul :**

- Je choisis $x = 2$
- Je multiplie par 4 : ________________________
- Je soustrais 6 : ________________________

- Je choisis $x = 2$
- Je multiplie par 3 : ________________________
- J'ajoute 5 : ________________________

- Je multiplie les deux résultats : ____________ × ____________ = ____________

☐ **Avec le programme A :**

- Je choisis $x = 2$
- Je calcule le carré :________________________
- Je multiplie par 10 :________________________

- — Je soustrais 18 :________________________

☐ **Avec le programme B :**

- — Je choisis $x = 2$
- — Je calcule le carré :________________________
- — Je multiplie par 12 : ____________ ________________________
- — J'ajoute le double de 2 :________________________
- — Je soustrais 30 :________________________

☐ L'affirmation 1 est : __________________

Affirmation 2 : Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme A donnent le même résultat.

☐ **Traduisons l'arbre en expression algébrique avec x :**

- — Je multiplie x par 4 : ____________
- — Je soustrais 6 : __________________
- — Je multiplie x par 3 : ____________
- — J'ajoute 5 : __________________

- — Je multiplie les deux résultats : (____________) × (____________)

☐ **Développons cette expression :**

$$\begin{aligned}(4x-6)(\underline{\qquad\qquad}) &= \underline{\qquad\qquad} + \underline{\qquad\qquad} - \underline{\qquad\qquad} - \underline{\qquad\qquad}\\ &= \underline{\qquad\qquad} + \underline{\qquad\qquad} - \underline{\qquad\qquad} - \underline{\qquad\qquad}\\ &= \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\end{aligned}$$

☐ **Traduisons le programme A avec x :**

- — Je calcule le carré : x^2
- — Je multiplie par 10 : __________________
- — Je soustrais 18 : ______________________________

☐ En comparant les deux expressions, l'affirmation 2 est : __________________

Affirmation 3 : Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme B donnent le même résultat.

1. **Traduisons le programme B avec x :**
   - — Je calcule le carré : x^2
   - — Je multiplie par 12 : __________________
   - — J'ajoute le double de x : ________________________
   - — Je soustrais 30 : ____________________________________
2. Nous avions trouvé pour l'arbre : ______________________________
3. L'affirmation 3 est : __________________

Exercice 2

Voici un programme de calcul : Je pense à un nombre, j'enlève 12. Je multiplie le tout par 7. J'ajoute 50. J'ajoute 3 fois le nombre de départ et j'ajoute 34.

Si tu donnes n'importe quel nombre à Apolline, elle trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs.

Objectif de l'exercice : Expliquer et justifier comment Apolline fait .

1. **Testons avec $x = 10$:**
   - J'enlève 12 : $10 - 12 =$ ____________
   - Je multiplie par 7 : ____________ $\times 7 =$ ____________
   - J'ajoute 50 : ____________ $+50 =$ ____________
   - J'ajoute 3 fois le nombre de départ : ____________ $+3 \times 10 =$ ____________
   - J'ajoute 34 : ____________ $+34 =$ ____________

   Résultat : ____________
2. **Traduisons avec x quelconque :**
   - J'enlève 12 : __________________
   - Je multiplie par 7 : $7 \times$ (____________) = ________________________
   - J'ajoute 50 : ______________________________
   - J'ajoute 3 fois le nombre de départ : ____________________________________
   - J'ajoute 34 : ____
3. **Développons et réduisons :**

   7(____________) + ______ + ______ + ______ = ______________________________

   = ______________________________

   = __________________
4. Le secret d'Apolline : Le résultat est toujours égal à ________________________

   Donc elle calcule simplement : ____________________________________

Exercice 3

Voici trois programmes de calcul :

Prog 1	**Prog 2**	**Prog 3**
Je pense à un nombre, je lui ajoute 7. Je multiplie le tout par 5	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 7	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 35

Nous cherchons à savoir si lorsque nous choisissons un nombre, certains programmes de calcul donnent toujours le même résultat entre eux .

1. **Testons avec $x = 4$:**
   - Programme 1 : $(4 + 7) \times 5 =$ ____________
   - Programme 2 : $4 \times 5 + 7 =$ ____________
   - Programme 3 : $4 \times 5 + 35 =$ ____________
2. **Testons avec $x = 10$:**
   - Programme 1 :______________________________
   - Programme 2 : ______________________________
   - Programme 3 : ______________________________
3. Conjecture : Les programmes ____________ et ____________ donnent toujours le même résultat.

4. **Traduisons avec x quelconque :**
   - Programme 1 : $(x+7)\times 5 =$ ______________________
   - Programme 2 : ____________________________
   - Programme 3 : ____________________________ ______________________
5. En comparant, on voit que les programmes ___________ et ___________ donnent la même expression développée : ______________________

Exercice 4

Voici un programme de calcul :

- Je choisis 2 nombres quelconques
- Je calcule, pour chacun son carré
- Je calcule la somme des carrés
- J'ajoute au résultat deux fois le produit des nombres de départ

Objectif de l'exercice : Faire fonctionner ce programme de calcul pour plusieurs cas. Énoncer une conjecture et la prouver.

1. **Testons avec $x = 3$ et $y = 5$:**
   - Carrés : $3^2 =$ ___________ et $5^2 =$ ___________
   - Somme des carrés : ___________ + ___________ = ___________
   - Produit des nombres : $3 \times 5 =$ ___________
   - Deux fois le produit : $2\times$ ___________ = ___________
   - Résultat final : ___________ + ___________ = ___________

   Que remarquez-vous ? ___________ = ___________^{2}
2. **Testons avec $x = 2$ et $y = 7$:**
   - Carrés : ______________________ et ______________________
   - Somme des carrés : ______________________ = ___________
   - Produit des nombres : ______________________
   - Deux fois le produit :______________________
   - Résultat final : ______________________
3. **Conjecture :** Le résultat est toujours égal à ____________________________
4. **Preuve avec x et y quelconques :**
   - Carrés : x^2 et y^2
   - Somme des carrés : ________________
   - Produit des nombres : ________________
   - Expression finale : ______________________

   On reconnaît l'identité remarquable : $(x+y)^2 =$ ____________________________

   Donc le résultat est toujours : ________________

Exercice 5

On calcule la somme de 4 nombres entiers consécutifs. Trois élèves ont établi les conjectures suivantes :

Jean affirme :	**Marie affirme :**	**Aristide affirme :**
« Le résultat est toujours un multiple de 4. »	« Cela revient à multiplier le premier nombre par 4 et à lui ajouter 6. »	« Le résultat sera toujours un résultat de la table de 2. »

Objectif de l'exercice : Vérifier si les affirmations de ces trois élèves sont vraies ou fausses en JUSTIFIANT LA DÉMARCHE.

1. **Testons avec 5, 6, 7, 8 :**
   - Somme : $5+6+7+8=$ ___________
   - Est-ce un multiple de 4 ? ___________
   - Calcul de Marie : $5\times4+6=$ ___________
   - Est-ce un multiple de 2 ? ___________
2. **Traduisons avec n le premier nombre :**
   - Les 4 nombres consécutifs sont : n, ___________, ___________, ______________________
   - Leur somme : $n+(n+1)+$______________________$+$______________________ $=$ ______________________
   - Après réduction : ______________________
3. **Vérifions Jean :** « Le résultat est un multiple de 4 »
   - On a trouvé : ______________________
   - Peut-on écrire cela sous la forme $4\times$ (quelque chose) ?
   - ______________________ $=$ ______________________ $+$ ___________ : on ... peut ... factoriser par _____
   - Jean a : ___________
4. **Vérifions Marie :** « Cela revient à $4n+6$ »
   - Notre résultat est : ______________________
   - Marie a : ___________
5. **Vérifions Aristide :** « Le résultat est dans la table de 2 »
   - On a : ______________________
   - Factorisons par 2 : ______________________$=$ ______________________
   - Aristide a : ___________

Exercice 6

Voici un programme de calcul :

- Je choisis 3 nombres consécutifs
- Je calcule le carré du nombre du milieu
- Je soustrais le produit des deux autres nombres.

Si tu donnes n'importe quel nombre à Victor, il trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs.

Objectif de l'exercice : Expliquer et justifier comment Victor fait .

1. **Testons avec 5, 6, 7 :**
   - Carré du milieu : $6^2=$ ___________
   - Produit des deux autres : $5\times7=$ ___________

— Résultat : ___________ − ___________ = ___________

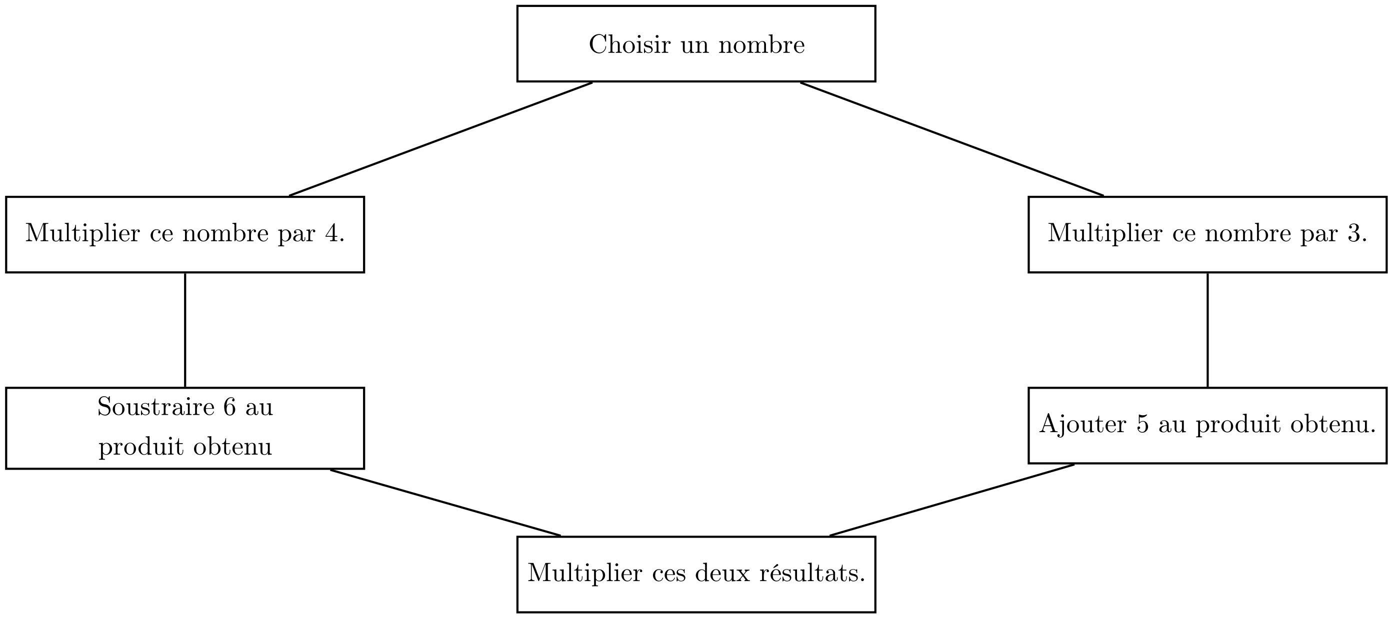
2. **Testons avec 10, 11, 12 :**
   — Carré du milieu : ______________________
   — Produit des deux autres :______________________
   — Résultat : ___________ − ___________ = ___________
3. Conjecture : Le résultat est toujours égal à _________________
4. **Preuve avec n le nombre du milieu :**
   — Les 3 nombres consécutifs sont : ___________, n, ___________
   — Carré du milieu : ______________________
   — Produit des deux autres : ___________ × ___________
   — Pour développer ______________________, on utilise $(a-b)(a+b) =$ ______________________ :
   — ______________________ = ___________− ___________ = _________________
   — Résultat final : ______________________ = ___________−___________+ ___________ = ___________
5. Le secret de Victor : Le résultat est toujours ___________, quel que soit le nombre choisi !

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES - Version Intermédiaire

<u>Source :</u> Banque de problèmes du CSEN

Exercice 1

Voici un arbre de calcul et deux programmes de calcul :



Programme A	**Programme B**
— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 10. — Soustraire 18 au résultat.	— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 12. — Lui ajouter le double du nombre de départ. — Soustraire 30 au résultat.

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier chaque réponse.

<u>Affirmation 1 :</u> En choisissant 2 comme nombre de départ, on obtient le même résultat avec l'arbre et les deux programmes de calcul.
Indication : Effectuez les calculs numériques pour chacun des trois programmes.

<u>Affirmation 2 :</u> Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme A donnent le même résultat.

- ☐ Traduisez l'arbre de calcul en une expression algébrique avec x comme nombre de départ.
- ☐ Développez cette expression.
- ☐ Traduisez le programme A en une expression algébrique.
- ☐ Comparez les deux expressions obtenues et concluez.

Affirmation 3 : Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme B donnent le même résultat.

- ☐ Traduisez le programme B en une expression algébrique avec x.
- ☐ Réduisez cette expression.
- ☐ Comparez avec le résultat de l'arbre de calcul et concluez.

Exercice 2
Voici un programme de calcul : Je pense à un nombre, j'enlève 12. Je multiplie le tout par 7. J'ajoute 50. J'ajoute 3 fois le nombre de départ et j'ajoute 34.
Si tu donnes n'importe quel nombre à Apolline, elle trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs.

1. Testez le programme avec deux nombres de votre choix pour vous familiariser avec celui-ci.
2. Traduisez le programme en une expression algébrique avec x comme nombre de départ.
3. Développez et réduisez cette expression au maximum.
4. Expliquez le secret d'Apolline : comment peut-elle calculer si rapidement le résultat ?

Indication : Une fois l'expression développée et réduite, que constatez-vous ?

Exercice 3
Voici trois programmes de calcul :

Prog 1	**Prog 2**	**Prog 3**
Je pense à un nombre, je lui ajoute 7. Je multiplie le tout par 5	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 7	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 35

1. Choisissez un nombre et appliquez-lui les trois programmes.
2. Recommencez avec un ou deux autres nombres.
3. Que constatez-vous ? Écrivez une conjecture.
4. Prouvez votre conjecture en traduisant chaque programme par une expression algébrique, puis en les développant et réduisant.

Exercice 4
Voici un programme de calcul :

— Je choisis 2 nombres quelconques
— Je calcule, pour chacun son carré
— Je calcule la somme des carrés
— J'ajoute au résultat deux fois le produit des nombres de départ

1. Faites fonctionner ce programme de calcul pour au moins trois couples de nombres différents.
2. Observez attentivement les résultats obtenus. Que remarquez-vous ? Énoncez une conjecture.
3. Traduisez le programme par une expression algébrique avec deux variables x et y.
4. Quelle identité remarquable reconnaissez-vous dans cette expression ?
5. Conclure pour prouver votre conjecture.

Exercice 5
On a demandé à toute une classe de calculer la somme de 4 nombres entiers consécutifs (qui se suivent). Trois élèves ont établi les conjectures suivantes :

Jean affirme que :	**Marie affirme que :**	**Aristide affirme que :**
« Le résultat est toujours un multiple de 4. »	« Quels que soient les nombres choisis au départ, cela revient à multiplier le premier nombre par 4 et à lui ajouter 6. »	« Quels que soient les nombres choisis au départ, le résultat sera toujours un résultat de la table de 2. »

1. Testez chacune de ces trois affirmations avec un exemple numérique de votre choix.
2. Pour vérifier ces affirmations de manière générale :
   (a) Notez n le premier des quatre nombres consécutifs. Exprimez les trois autres en fonction de n.
   (b) Écrivez l'expression de la somme des quatre nombres en fonction de n.
   (c) Réduisez cette expression.
3. Utilisez l'expression obtenue pour vérifier si chacune des trois affirmations est vraie ou fausse. Justifiez soigneusement chaque réponse.

Indication : Pour vérifier qu'un nombre est un multiple de k ($k \in \mathbb{Z}$), il faut pouvoir l'écrire sous la forme "$k \times$ (quelque chose)".

Exercice 6
Voici un programme de calcul :

— Je choisis 3 nombres consécutifs
— Je calcule le carré du nombre du milieu
— Je soustrais le produit des deux autres nombres.

Si tu donnes n'importe quel ensemble de trois nombres consécutifs à Victor, il trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs.

1. Testez ce programme avec au moins trois ensembles différents de nombres consécutifs (par exemple : 5, 6, 7 puis 10, 11, 12, etc.).
2. Que constatez-vous ? Formulez une conjecture sur le résultat obtenu.
3. Pour expliquer et prouver le secret de Victor :
   (a) Notez n le nombre du milieu. Exprimez les deux autres nombres en fonction de n.
   (b) Traduisez le programme en une expression algébrique.
   (c) Développez et réduisez cette expression.
   (d) Concluez.
4. Expliquez en une phrase comment Victor peut trouver instantanément le résultat.

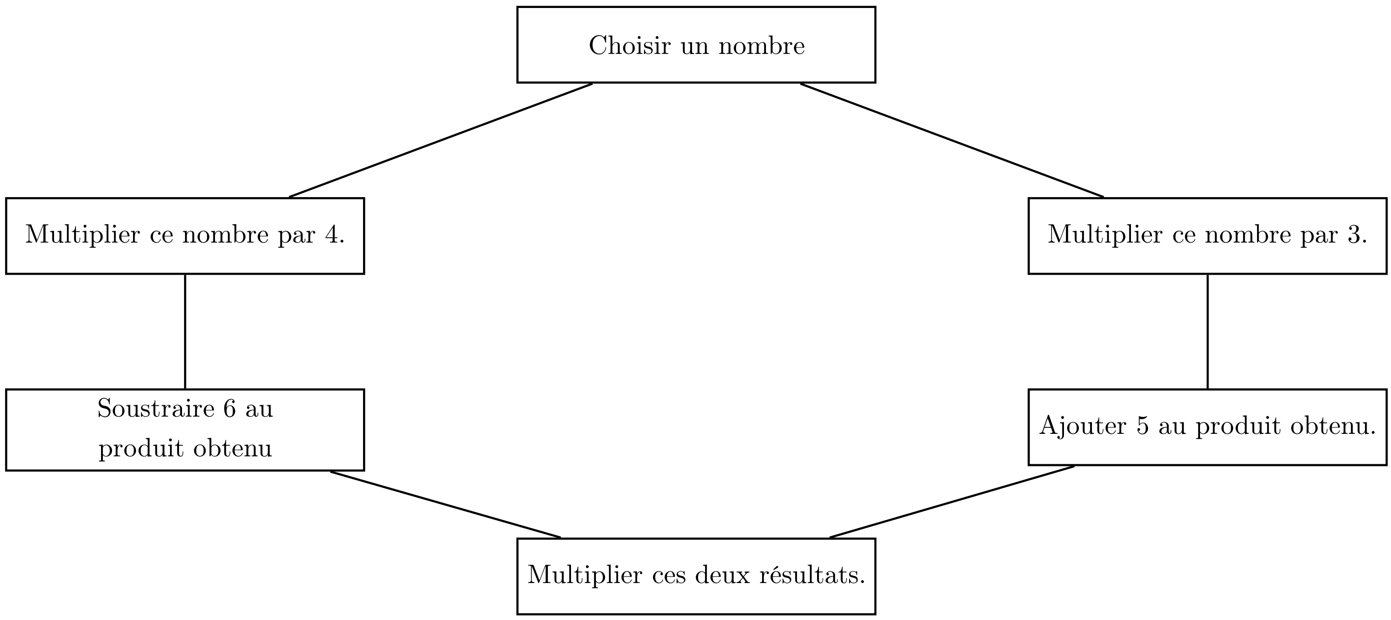
Question bonus : Pourrait-on généraliser ce résultat ? Que se passerait-il si on choisissait 5 nombres consécutifs et qu'on calculait le carré du nombre du milieu moins le produit de tous les autres ?

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

<u>Source :</u> *Banque de problèmes du CSEN*

Exercice 1

Voici un arbre de calcul et deux programmes de calcul :



Programme A	**Programme B**
— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 10. — Soustraire 18 au résultat.	— Choisir un nombre. — Calculer le carré de ce nombre. — Multiplier le résultat par 12. — Lui ajouter le double du nombre de départ. — Soustraire 30 au résultat.

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier chaque réponse.

<u>Affirmation 1 :</u> En choisissant 2 comme nombre de départ, on obtient le même résultat avec l'arbre et les deux programmes de calcul.
<u>Affirmation 2 :</u> Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme A donnent le même résultat.
<u>Affirmation 3 :</u> Quel que soit le nombre choisi au départ, l'arbre de calcul et le programme B donnent le même résultat.

Exercice 2

Voici un programme de calcul que tu peux appliquer à n'importe quel nombre.
Je pense à un nombre, j'enlève 12. Je multiplie le tout par 7. J'ajoute 50. J'ajoute 3 fois le nombre de départ et j'ajoute 34.
Si tu donnes n'importe quel nombre à Apolline, elle trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs. Explique et justifie comment elle fait.

Exercice 3
Voici trois programmes de calcul :

Prog 1	**Prog 2**	**Prog 3**
Je pense à un nombre, je lui ajoute 7. Je multiplie le tout par 5	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 7	Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 35

Sans faire d'essais, peux-tu dire si, lorsque tu choisis un nombre, certains programmes de calcul donnent toujours le même résultat entre eux ? Tu peux ensuite faire quelques essais pour vérifier. Prouve ta/tes conjecture(s).

Exercice 4
Voici un programme de calcul :

— Je choisis 2 nombres quelconques

— Je calcule, pour chacun son carré

— Je calcule la somme des carrés

— J'ajoute au résultat deux fois le produit des nombres de départ

Faire fonctionner ce programme de calcul pour plusieurs cas. Énoncer une conjecture et la prouver.

Exercice 5
On a demandé à toute une classe de calculer la somme de 4 nombres entiers consécutifs (qui se suivent).
Trois élèves ont établi les conjectures suivantes :

Jean affirme que :	**Marie affirme que :**	**Aristide affirme que :**
« Le résultat est toujours un multiple de 4. »	« Quels que soient les nombres choisis au départ, cela revient à multiplier le premier nombre par 4 et à lui ajouter 6. »	« Quels que soient les nombres choisis au départ, le résultat sera toujours un résultat de la table de 2. »

Vérifier si les affirmations de ces trois élèves sont vraies ou fausses en JUSTIFIANT LA DÉMARCHE.

Exercice 6
Voici un programme de calcul :

— Je choisis 3 nombres consécutifs

— Je calcule le carré du nombre du milieu

— Je soustrais le produit des deux autres nombres.

Si tu donnes n'importe quel nombre à Victor, il trouve tout de suite le résultat, sans faire tous les calculs. Explique et justifie comment il fait.